



Proceedings of the XXVII Iberian Latin American Congress on
Computational Methods in Engineering
September 3 to 6, 2006 - Belém, Pará - BRAZIL.

UTILIZAÇÃO DOS MÉTODOS FDFD E FDTD PARA ANÁLISE DE ANTENAS DE MICROFITA COMPACTAS E DE BANDA LARGA

Anderson O. Silva

V. Dmitriev

Karlo Q. da Costa

anderson.osilva@gmail.com

victor@ufpa.br

karlocosta@yahoo.com.br

Departamento de Engenharia Elétrica e Computação, Universidade Federal do Pará

Av. Augusto Corrêa, n.1, 66075-110, Belém - Pa – Brasil

Resumo. *O desenvolvimento de novas antenas de microfita compactas e com alta largura de banda tem se tornado um dos principais objetivos de estudos sobre antenas aplicadas em modernos sistemas de comunicação. Alguns métodos numéricos de análise são utilizados em tais desenvolvimentos, como por exemplo, o Método das Diferenças Finitas, o Método dos Elementos Finitos e o Método dos Momentos. No presente trabalho, é apresentado duas abordagens baseadas em diferenças finitas para análise de antenas de microfita: o método das Diferenças Finitas no Domínio da Frequência (FDFD - Finite Difference in Frequency Domain) e o método das Diferenças Finitas no Domínio do Tempo (FDTD - Finite Difference in Time Domain). Como exemplo de aplicação, é mostrada a análise por FDFD dos dois primeiros modos ressonantes de uma antena de microfita retangular com um slot quadrado central no patch e a análise por FDTD de uma antena de microfita retangular alimentada via L-probe.*

Palavras-chave: *Antenas de microfita, método numérico, diferenças finitas, FDFD, FDTD.*

1. INTRODUÇÃO

Uma boa relação de compromisso entre dimensões compactas e largura de banda é motivo de vários estudos sobre redução nas dimensões do *patch* de antenas de microfita, especialmente para aplicações em comunicações móveis.

Várias técnicas para aumento da largura de banda de antenas de microfita têm sido apresentadas na literatura. A utilização de *patches* parasitas pode resultar em uma largura de banda de 34% (Neog et al., 2004), entretanto, isto é alcançado a custa de um aumento no tamanho da antena. A utilização de *slots* no *patch* ou *shorting pins* curto-circuitando o *patch* ao plano de terra permite alcançar uma largura de banda de 20 a 30% em antenas de microfita alimentadas por cabo coaxial (Shackelford et al., 2003). Alternativamente, modificações na forma do condutor coaxial também podem levar à obtenção de uma faixa de passagem superior a 30% (Kishk et al., 2004).

Com o avanço nos estudos da precisão de métodos numéricos para a modelagem de problemas eletromagnéticos, as técnicas anteriormente citadas puderam ser analisadas mais eficientemente. Neste contexto, a aplicação de diferenças finitas às equações de Maxwell se constitui em um método eficaz para o estudo de antenas de microfita, pois é matematicamente simples e bastante adequado para implementação de algoritmos em ambiente computacional (Ramesh et al., 2001).

No presente trabalho, é apresentada duas abordagens baseadas em FDFD (Diferenças Finitas no Domínio da Frequência) e FDTD (Diferenças Finitas no Domínio do Tempo) para a análise de antenas de microfita compactas e de banda larga. O método FDFD é aplicado ao estudo dos dois primeiros modos ressonantes de uma antena de microfita com um *slot* no *patch*. O método FDTD é utilizado na análise da impedância de entrada e largura de banda de uma antena de microfita alimentado via *L-probe*.

2. O MÉTODO FDFD

O método das Diferenças Finitas no Domínio da Frequência (FDFD) é utilizado para determinar as frequências ressonantes de uma antena de microfita. A obtenção de um algoritmo baseada em FDFD é fundamentada no modelo da cavidade ressonante, o qual é descrito a seguir.

2.1 O modelo da cavidade ressonante

Uma antena de microfita, cuja altura do substrato dielétrico é muito menor que as dimensões do *patch*, pode ser aproximada por uma cavidade ressonante limitada nas laterais por paredes magnéticas e acima e abaixo por paredes elétricas (Balanis, 1997), assim, a modelagem matemática pode ser obtida facilmente a partir das equações de Maxwell. A equação diferencial e a condição de contorno deste problema são respectivamente

$$\frac{\partial^2 E_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 E_x}{\partial z^2} = -k_o^2 \epsilon_R E_x, \quad k_o = 2\pi f \sqrt{\epsilon_o \mu_o} \quad (1)$$

$$\left. \frac{\partial E_x}{\partial n} \right|_C = 0 \quad (2)$$

onde o valor de k_o representa a constante de propagação no espaço livre para uma frequência ressonante f , μ_o e ϵ_o são, respectivamente, a permeabilidade magnética e a permissividade elétrica do espaço livre e ϵ_R é a constante dielétrica do substrato, C corresponde ao contorno

do *patch* e \bar{n} é o vetor normal a C . Considerando o *patch* da antena no plano yz , a solução de (1) e (2) fornece modos TM^x , por isso é considerada apenas a componente E_x do campo elétrico, sendo que $E_z=E_y=0$. Os campos magnéticos transversais são obtidos utilizando (3) e (4).

$$k_o Z_o H_z = -j \frac{\partial E_x}{\partial y} \quad (3)$$

$$k_o Z_o H_y = j \frac{\partial E_x}{\partial z} \quad (4)$$

2.2 Solução numérica por FDFD

Para a determinação das frequências ressonantes de uma antena de microfita por meio de FDFD, é necessário dividir a região do *patch* em células de discretização, com um dado vértice de cada célula sendo localizado pelo par de índices (i,j) . Para *patches* retangulares, comumente é utilizada uma célula de discretização quadrada de lado h . Para cada vértice é calculado o valor de E_x . Utilizando critério de diferença centrada, as formas discretizadas de (1) e (2) são dadas, respectivamente, através de (5) e (6), nesta última, i_c e j_c são índices referentes ao contorno do *patch*.

$$(4 - h^2 k_o^2 \epsilon_R) E_x(i, j) = E_x(i+1, j) + E_x(i-1, j) + E_x(i, j+1) + E_x(i, j-1) \quad (5)$$

$$E_x(i, j_c) = E_x(i, j_c - 1) \text{ ou } E_x(i_c, j) = E_x(i_c - 1, j) \quad (6)$$

As dimensões do *patch* da antena determinam o número N de pontos da região discretizada e, conseqüentemente, N valores de E_x a serem calculados. Desta forma, o problema é expresso matematicamente através da equação $[A]e=ae$, em que e corresponde à matriz coluna que armazena os valores de $E_x(i,j)$ procurados, $\alpha=h^2 k_o^2 \epsilon_R$ e $[A]$ é uma matriz quadrada de ordem N . A solução desta equação produz N autovetores e_n , os quais representam a distribuição do campo elétrico E_x para um considerado modo ressonante, e N autovalores α_n , os quais permitem determinar as frequências ressonantes da antena de microfita.

2.3 Exemplo de aplicação do método FDFD

Como forma de ilustrar a aplicação do método FDFD na análise dos modos ressonantes de antenas de microfita compactas, é mostrado a seguir o comportamento das frequências dos dois primeiros modos ressonantes de uma antena de microfita retangular com um *slot* quadrado central no *patch*. Os resultados obtidos por meio do método FDFD são comparados com os resultados experimentais, os quais podem encontrados na literatura (Chen, 1998).

É importante observar que o problema é modelado em um espaço bidimensional, assim, o plano de terra não é incluído na modelagem por FDFD.

A Fig. 1 mostra o *patch* de uma antena de microfita retangular com um *slot* quadrado central. As dimensões do *patch* são mostradas na Tabela 1. A dimensão l (lado do *slot* central) é o parâmetro utilizado para a análise das frequências dos dois primeiros modos ressonantes.

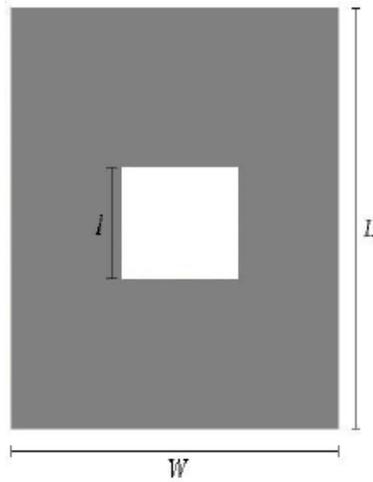


Figura 1 - Geometria do *patch* de uma antena de microfita retangular com um *slot* quadrado central.

Tabela 1. Dimensões do *patch*

W	25,5 mm
L	33,2 mm
Constante dielétrica	4,4
Constante dielétrica efetiva	3,98
Altura do substrato	1,6 mm
Tipo de discretização	Célula quadrada de lado $h=0,5$ mm

A dependência da primeira e segunda frequência ressonante (respectivamente, Fr_1 e Fr_2) com o lado normalizado do *slot* (l/W) é mostrada na Fig. 2. São apresentados os resultados obtidos por meio do método FDFD e os resultados experimentais.

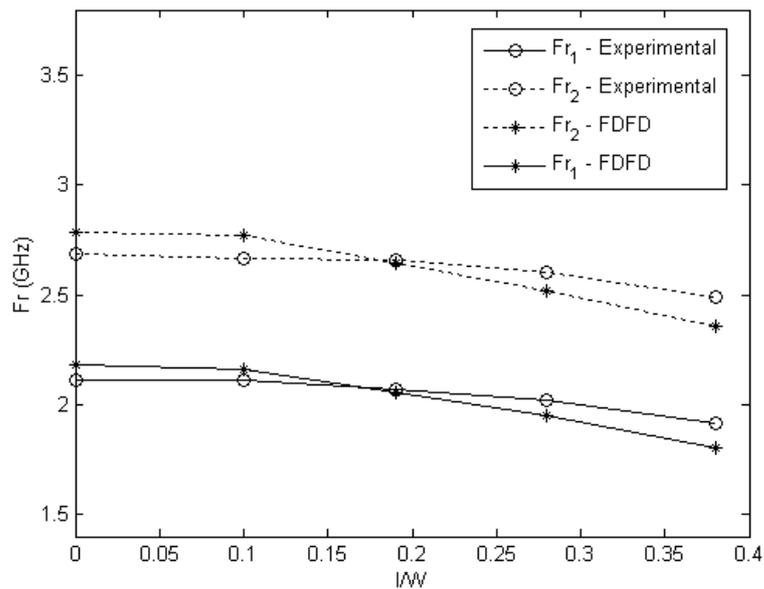


Figura 2 – Variação de Fr_1 e Fr_2 com o lado normalizado (l/W) do *slot* central.

3. O MÉTODO FDTD

O método das Diferenças Finitas no Domínio do Tempo (FDTD) foi inicialmente proposto por Yee em 1966, posteriormente foram desenvolvidos critérios para minimizar o problema de variação da velocidade de fase da onda eletromagnética (dispersão numérica) e obtenção de melhor estabilidade numérica.

Para a aplicação do método FDTD na análise de antenas de microfita, é necessário dividir a região de análise em células de discretização tridimensionais, como é mostrado na Fig. 3.

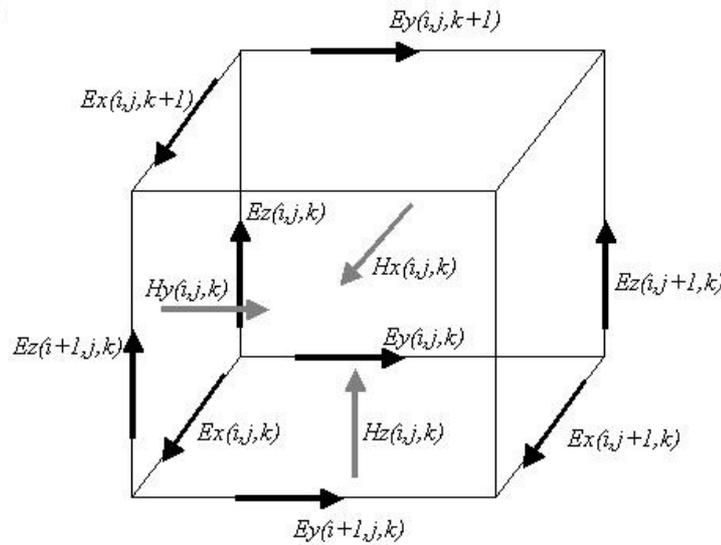


Figura 3 - Célula de discretização e disposição das componentes de campo elétrico e campo magnético.

Considerando um meio isotrópico, linear e homogêneo, a determinação das equações discretizadas para cada componente do campo elétrico e do campo magnético é feita utilizando o critério de diferença centrada em (7) e (8), as quais são obtidas a partir das equações de Maxwell para o rotacional dos campos elétrico e magnético.

$$\frac{\partial \bar{E}}{\partial t} = \frac{1}{\epsilon} \nabla \times \bar{H} - \frac{\sigma}{\epsilon} \bar{E} \quad (7)$$

$$\frac{\partial \bar{H}}{\partial t} = -\frac{1}{\mu} \nabla \times \bar{E} \quad (8)$$

3.1 Dispersão numérica

A utilização do método FDTD originalmente proposto para a solução de problemas eletromagnéticos causa distorção de magnitude e fase na onda eletromagnética. Tais imprecisões levam a variação da velocidade de fase da onda, ocasionando as chamadas oscilações espúrias no modelo. Um critério para minimizar satisfatoriamente a dispersão numérica é utilizar arestas da célula de discretização dez vezes menores que o menor comprimento de onda do sinal de excitação, conforme é mostrado em (9).

$$\Delta x, \Delta y, \Delta z \leq \frac{\lambda_o}{10} \quad (9)$$

3.2 Estabilidade numérica

Um algoritmo estável baseado em FDTD requer que o incremento de tempo Δt tenha um limite relativo às discretizações espaciais Δx , Δy e Δz . Para um meio linear, homogêneo, isotrópico e não-dispersivo com permissividade ϵ e permeabilidade μ (podendo apresentar condutividade σ não-nula), o incremento de tempo deve obedecer ao limite expresso em (10), conhecido como *Crítério de Courant-Friedrichs-Lewy*.

$$\Delta t \leq \frac{1}{v \sqrt{\frac{1}{\Delta x^2} + \frac{1}{\Delta y^2} + \frac{1}{\Delta z^2}}}, \quad v = \frac{1}{\sqrt{\mu\epsilon}} \quad (10)$$

Esse critério também pode ser usado para uma região de análise com diferentes dielétricos, em que v tem seu valor escolhido como o maior entre os vários meios.

3.3 Terminação do domínio computacional

A quantidade finita de memória computacional requer a truncagem da região de análise. Isto é feito de forma a considerar uma máxima absorção da onda eletromagnética nas terminações dessa região, a fim de evitar reflexão.

Dois critérios são comumente utilizados para a modelagem das paredes do domínio computacional, a condição PML (*Perfect Matched Layer*) e a Condição ABC (*Absorbing Boundary Condition*) de 1º ordem de Mhur, esta última, embora seja menos complexa do que a primeira, só permite completa absorção quando a onda eletromagnética incide normalmente na parede do domínio.

3.4 Exemplo de aplicação do método FDTD

O método FDTD foi utilizado para a obtenção da impedância de entrada e largura de banda de uma antena de microfita retangular alimentada por um cabo coaxial em forma de L (L -probe) e com plano de terra bem maior que o *patch* (suposto infinito) (Kishk et al., 2004), este tipo de alimentação possibilita alcançar uma faixa de passagem superior a 30%. A geometria analisada é mostrada na Fig. 4.

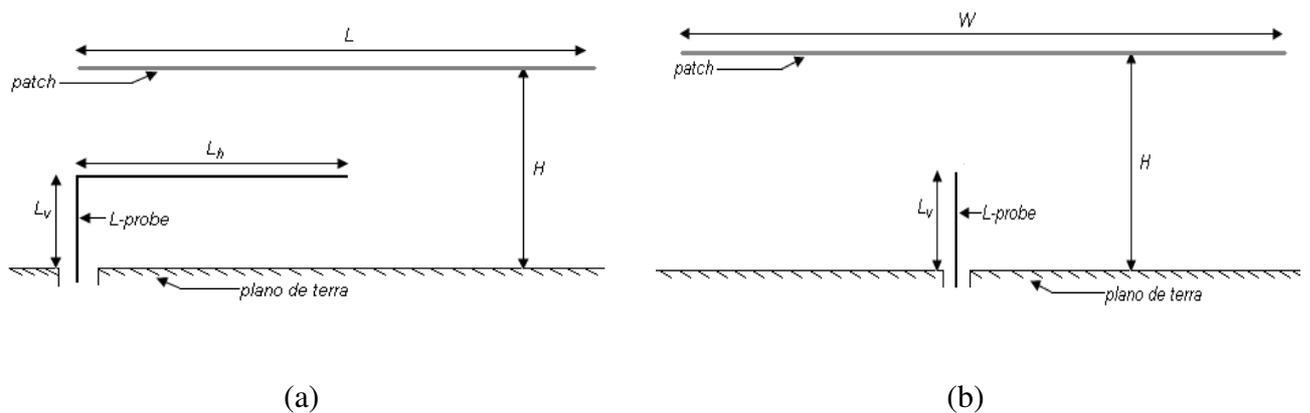


Figura 4 – Geometria da antena de microfita retangular alimentada via L -probe: (a) vista frontal, (b) vista lateral.

As dimensões do *patch*, do *L-probe* e as especificações do substrato dielétrico são mostradas na Tabela 2.

Tabela 2. Dimensões da antena de microfita analisada e especificações do substrato

L	25 mm
W	30 mm
H	7,5 mm
L_v	5 mm
L_h	12 mm
Raio do <i>L-probe</i> (r)	0,25 mm
Substrato dielétrico	$\epsilon_R=1$ e $\mu_R=1$

A partir dos critérios de dispersão numérica e estabilidade numérica apresentados anteriormente. São obtidos os valores para as arestas da célula de discretização (Δx , Δy e Δz) e para o incremento de tempo Δt . Estas especificações são mostradas na Tabela 3.

Tabela 3. Parâmetros de discretização

Parâmetros de discretização	Valor
Δx , Δy e Δz	0,5 mm
Δt	0,441 ps
Número de iterações (n)	8000
Terminações do domínio computacional	Condição ABC de 1º ordem de Mhuru

O *L-probe* foi modelado por uma microfita com largura igual a $4r$, onde r é o raio do *l-probe*, como é mostrado na Fig. 5, em que (if, jf, kf) , $(if+1, jf, kf)$ e $(if+2, jf, kf)$ são pontos de aplicação do sinal de excitação $V_g(t)$ e $R_s=50 \Omega$ corresponde à impedância do *L-probe*.

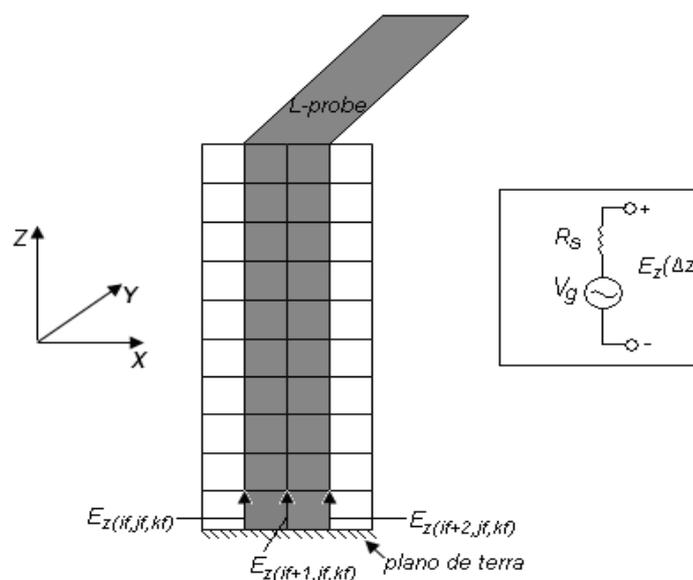


Figura 5 - Modelagem do *L-probe* e fonte de alimentação.

O sinal de excitação $V_g(t)$ utilizado foi o pulso gaussiano

$$V_g(t) = \exp[-(t - 120\Delta t)^2 / (40\Delta t)^2] \quad (11)$$

Os campos de excitação são obtidos a partir da aplicação da Lei de Ohm, como é expresso em (12), em que $I(n\Delta t)$ corresponde à corrente no *L-probe*, a qual é facilmente determinada aplicando-se a Lei Circuitual de Ampère em torno do *L-probe*.

$$\begin{aligned} E_{z(if,jf,kf)}^{n+1} &= (V_g(n\Delta t) - R_s I(n\Delta t)) / \Delta z \\ E_{z(if+1,jf,kf)}^{n+1} &= (V_g(n\Delta t) - R_s I(n\Delta t)) / \Delta z \\ E_{z(if+2,jf,kf)}^{n+1} &= (V_g(n\Delta t) - R_s I(n\Delta t)) / \Delta z \end{aligned} \quad (12)$$

A transformada de Fourier de $V(n\Delta t) = V_g(n\Delta t) - R_s I(n\Delta t)$ resulta em (13), a qual determina a impedância de entrada da antena.

$$Z_{in} = \frac{V_g(f)}{I(f)} - R_s \quad (13)$$

A Fig. 6 mostra a impedância de entrada Z_{in} da antena de microfita alimentada via *L-probe*. O valor da componente real (R_{in}) e imaginária (X_{in}) da impedância de entrada, obtidos pelo algoritmo baseado em FDTD, são comparados com os obtidos por simulação no programa IE3D.

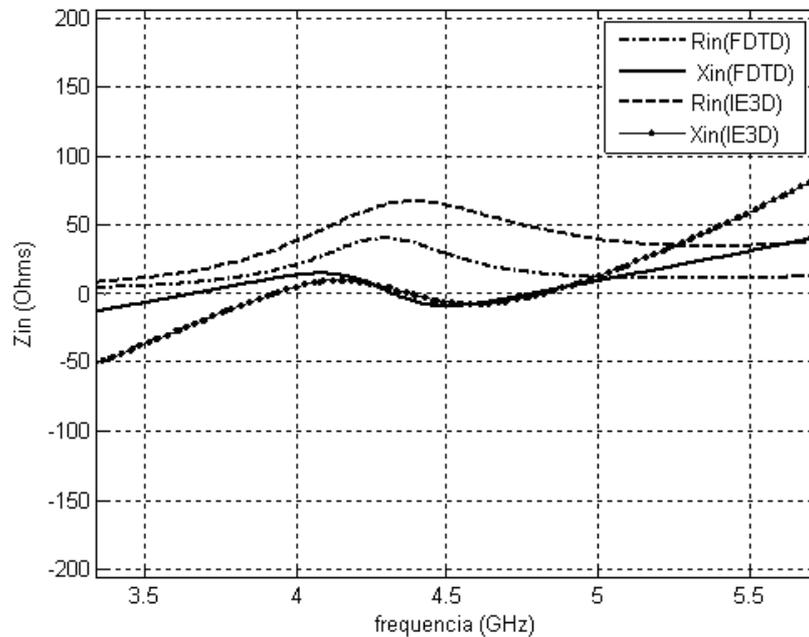


Figura 6 – Impedância de entrada (Z_{in}) da antena de microfita retangular alimentada via *L-probe*.

Na Fig. 7, é mostrado o módulo do coeficiente de reflexão ($|\Gamma|$) em função da frequência. São apresentados resultados obtidos pelo método FDTD e pelo programa IE3D. Deve ser observada a divergência entre os picos de ressonância obtidos pelo algoritmo baseado em FDTD e pela simulação no programa IE3D, o que é devido à modelagem do *L-probe* por uma microfita e também à condição utilizada para a modelagem das paredes do domínio computacional. Considerando-se como nível de referência -5 dB, a largura de banda obtida através do algoritmo baseado em FDTD foi de 32% para uma frequência central de operação de 4,3 GHz e, por simulação no programa IE3D, obteve-se 37% para uma frequência central de operação de 4,5 GHz.

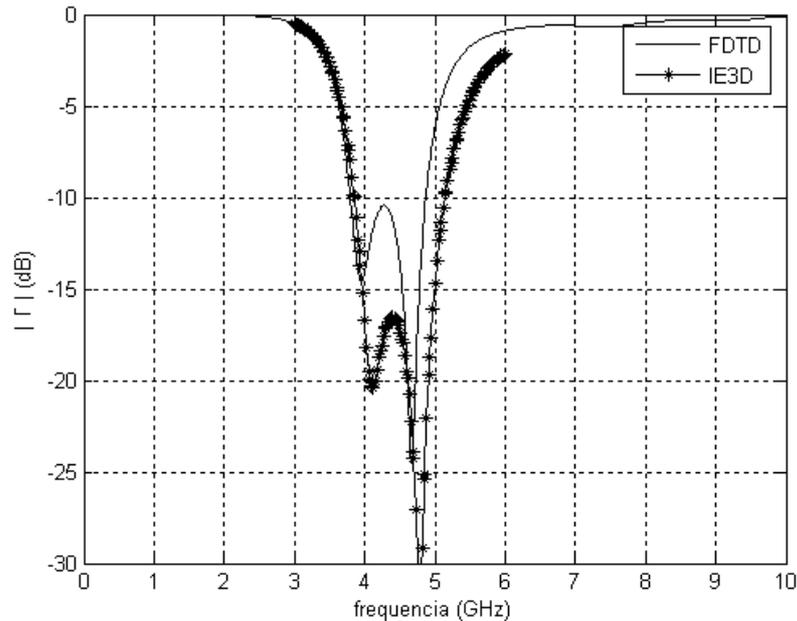


Figura 7 – Módulo do coeficiente de reflexão ($|\Gamma|$) para a antena de microfita retangular alimentada via *L-probe*.

4. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Foram apresentadas duas abordagens baseadas em diferenças finitas para análise de antenas de microfita compactas e com alta largura de banda.

O método FDFD possibilita a determinação das frequências ressonantes e foi aplicado a uma antena de microfita retangular com um *slot* quadrado central no *patch*. Foi verificada a influência da variação no tamanho do lado l do *slot* nas frequências dos dois primeiros modos ressonantes.

O método FDTD permite a obtenção da impedância de entrada e largura de banda de uma antena de microfita. Este método foi utilizado para a obtenção da impedância de entrada e módulo do coeficiente de reflexão de uma antena de microfita retangular alimentada via *L-probe*. A fonte de alimentação da antena foi modelada por uma microfita equivalente e os resultados foram comparados com os obtidos por simulação no programa IE3D, esta modelagem se constitui em uma técnica relativamente simples e permite a redução do número de iterações para a análise do problema, possibilitando assim a investigação teórica desta técnica de alimentação de forma mais rápida, entretanto, a obtenção de resultados mais precisos pode ser investigada analisando-se modelagens alternativas do *L-probe* e também das paredes do domínio computacional.

REFERÊNCIAS

Balanis, C., 1997. *Antenna Theory: Analysis and Design*. John Wiley & Sons.

Chen, W., 1998. Single-feed dual frequency rectangular microstrip antenna with square slot. *Electronics Letters*, vol. 34, n. 3, pp. 231-232.

Kishk, A., Lee, K., Mok, W., Luk, K., 2004. A wide-band small size microstrip antenna proximately coupled to a hook shape probe. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 52, n. 1, pp. 59-65.

Neog, D., Pattnaik, S., Dutta, M., et al, 2004. Inverted L-shaped and parasitically coupled inverted L-shaped microstrip patch antennas for wide bandwidth. *Microwave and Optical Technology Letters*, vol. 42, n. 3, pp. 190-192.

Ramesh, G., Prakash, B., Bahl, I., Ittipiboon, A., 2001. *Microstrip Antenna Design Handbook*. Artech House.

Shackelford, A., Lee, K., Luk, K., 2003. Design of small size wide-bandwidth microstrip patch antennas. *IEEE Antennas and Propagation Magazine*, vol. 45, n. 1, pp. 75-83.