

APÊNDICE A

A - DEMONSTRAÇÃO DAS EQUAÇÕES (4.15)-(4.17)

A.1 - Introdução

O método utilizado para calcular os campos irradiados produzidos por fontes em um meio sem contornos é o mesmo utilizado em [1], onde são utilizadas as equações integrais dos potenciais para a região de campo distante. As condições para a aproximação de campo distante são:

$$R \approx r - r' \cos(\psi) \quad (A.1)$$

para variações em fase,

$$R \approx r \quad \text{para variações em amplitude,} \quad (A.2)$$

onde as variáveis R , r , r' e ψ são mostradas na Fig. A.1 abaixo. Nesta figura também são mostrados os ângulos de referência θ e ϕ , sendo que a origem do eixo de referência coincide com o centro da abertura retangular de dimensões L e W .

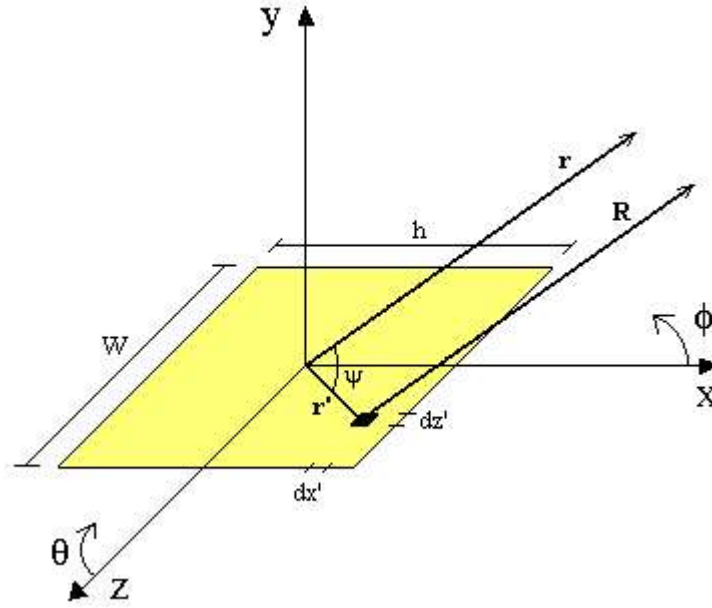


Figura A.1: Sistema de referência da *abertura 1* (Fig. 4.2).

A.2 - Equações dos potenciais

Para fontes em um meio sem contornos as equações dos potenciais são [1]:

$$\bar{A} = \frac{1}{4} \iint_S \bar{J}_S \frac{e^{-jk_0 R}}{R} ds' \quad (A.3)$$

$$\bar{N} = \iint_S \bar{J}_S e^{jk_0 r' \cos \theta} ds' \quad (A.4)$$

$$\bar{F} = \frac{1}{4} \iint_S \bar{M}_S \frac{e^{-jk_0 R}}{R} ds' \quad (A.5)$$

$$\bar{L} = \iint_S \bar{M}_S e^{jk_0 r' \cos \theta} ds' \quad (A.6)$$

onde $ds' = dx' dz'$ (Fig. A. 1), \bar{N} e \bar{L} são funções vetoriais auxiliares que contêm as integrais de área das fontes. Sendo a análise para campo distante (equações (A.1) e (A.2)), as

componentes radiais dos potenciais são desprezíveis, isto implica que as funções vetoriais auxiliares só possuem componentes nas direções θ e ϕ , elas são dadas por:

$$N = \iint_S J_x \cos \theta \quad (A.7)$$

$$N = \iint_S -J_x \sin \theta \quad (A.8)$$

$$L = \iint_S M_x \cos \theta \quad (A.9)$$

$$L = \iint_S -M_x \sin \theta \quad (A.10)$$

Os campos eletromagnéticos para região de campo distante são calculados por

$$\bar{E} = \bar{E}_A + \bar{E}_F \simeq -j \frac{\bar{A}}{Z_0} + j \frac{\bar{F}}{Z_0} \times \bar{a}_r \quad \text{e} \quad \bar{H} \simeq \frac{\bar{a}_r}{Z_0} \times \bar{E}, \text{ ou por meio das funções } \bar{N} \text{ e } \bar{L} :$$

$$E_r \simeq 0, \quad (A.11)$$

$$E_\theta \simeq -\frac{jk_0 e^{-jk_0 r}}{4\pi r} (L \sin \theta) \quad (A.12)$$

$$E_\phi \simeq \frac{jk_0 e^{-jk_0 r}}{4\pi r} (N \sin \theta) \quad (A.13)$$

$$H_r \simeq 0, \quad (A.14)$$

$$H \simeq \frac{jk_0 e^{-jk_0 r}}{4r} \left(N - \frac{L}{Z_0} \right) \quad (\text{A.15})$$

$$H \simeq -\frac{jk_0 e^{-jk_0 r}}{4r} \left(N + \frac{L}{Z_0} \right) \quad (\text{A.16})$$

A.3 - Campos produzidos por \mathbf{M}_z

A equação (4.11) representa a densidade de corrente \mathbf{M}_z para a *abertura 1* (Fig. 4.2), esta abertura com o sistema de referência é mostrada na Fig. A.1. Utilizando esta densidade de corrente nas equações (A.7)-(A.10), determinam-se as seguintes componentes das funções vetoriais auxiliares:

$$N = N = L = 0 \quad (\text{A.17})$$

$$L = \iint_S \left[-M_z \sin \left(\frac{jk_0 r' \cos \theta}{2} \right) \right] ds' \quad (\text{A.18})$$

$$L = 2E_0 C \sin \left(\frac{h}{2} \right) \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \int_{-\frac{W}{2}}^{\frac{W}{2}} \cosh(k'_z z') e^{\frac{jk_0}{2} x' \sin \theta} \cos \left(\frac{jk_0}{2} z' \cos \theta \right) dz' dx' \quad (\text{A.19})$$

$$L = 2E_0 C \sin \left(\frac{h}{2} \right) \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} e^{\frac{jk_0}{2} x' \sin \theta} \cos \left(\frac{jk_0}{2} z' \cos \theta \right) dx' \int_{-\frac{W}{2}}^{\frac{W}{2}} \cosh(k'_z z') e^{\frac{jk_0}{2} z' \cos \theta} dz' \quad (\text{A.20})$$

$$L = \frac{4E_0 C_x \sin X \sin \left(\frac{k'_z W}{2} \right) \cos \left(\frac{k_0 W}{2} \cos \left(\frac{k'_z W}{2} \right) \right)}{r \left[k_z^2 + k_0^2 \cos^2 \left(\frac{k'_z W}{2} \right) \right]} \left[k_0 \cos \left(\frac{k'_z W}{2} \right) \right] + \left[k'_z \sinh \left(\frac{k'_z W}{2} \right) \cos \left(\frac{k_0 W}{2} \cos \left(\frac{k'_z W}{2} \right) \right) \right] \quad (A.21)$$

substituindo (A.21) e N_0 em (A.13) obtém-se a seguinte expressão para o campo elétrico irradiado devido a *abertura 1* ($E_{\phi 1}$):

$$E_i = \frac{j k_0 E_0 C_x h e^{-j k_0 r}}{r \left[k_z^2 + k_0^2 \cos^2 \left(\frac{k'_z W}{2} \right) \right]} \left[\frac{\sin(X)}{X} \left[k_0 \cos \left(\frac{k'_z W}{2} \right) \right] + \left[k'_z \sinh \left(\frac{k'_z W}{2} \right) \cos \left(\frac{k_0 W}{2} \cos \left(\frac{k'_z W}{2} \right) \right) \right] \right] \times \sin \left(\frac{k'_z W}{2} \right) \quad (A.22)$$

A equação anterior refere-se ao campo irradiado devido à *abertura 1*. O campo radiado devido as duas aberturas 1 e 2, são obtidos pelo arranjo de dois elementos formado por essas aberturas. Neste arranjo, os dois elementos estão em fase e estão situados ao longo do eixo (y), desta forma o fator de arranjo será [1]:

$$(AF)_y = \left[2 \cos \left(\frac{k_0 L}{2} \sin \left(\frac{k'_z W}{2} \right) \right) \right] \sin \left(\frac{k'_z W}{2} \right) \quad (A.23)$$

assim o campo total irradiado devido as estas duas aberturas será ($E_{\phi 1,2}$):

$$E_{1,2} = \frac{j k_0 E_{x0} C_x h e^{-j k_0 r}}{r \left[k_z^2 + k_0^2 \cos^2 \left(\frac{\pi}{2} \right) \right]} \left[\frac{\sin(X)}{X} \right] \left[k_0 \cos \left(\frac{\pi}{2} \right) \right] + \left[\cosh \left(\frac{k'_z W}{2} \right) \sin \left(\frac{k_0 W}{2} \cos \left(\frac{\pi}{2} \right) \right) \right] + \left[+ k'_z \sinh \left(\frac{k'_z W}{2} \right) \cos \left(\frac{k_0 W}{2} \cos \left(\frac{\pi}{2} \right) \right) \right] \left[\sin \left(\frac{\pi}{2} \right) \right] \left[\times 2 \cos \left(\frac{k_0 L}{2} \right) \sin \left(\frac{\pi}{2} \right) \right] \left[\sin \left(\frac{\pi}{2} \right) \right] \quad (A.24)$$

A.4 - Campos produzidos por \mathbf{J}_x

A densidade de corrente \mathbf{J}_x para a *abertura 3* com a referência indicada na Fig. A.2, pode ser escrita da seguinte forma:

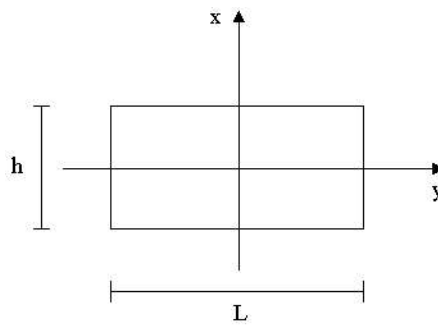


Figura A.2: Referência para a *abertura 1*.

$$J_x = j2 \frac{E_{x0}}{Z_d} C_y \sinh \left[\tanh^{-1}(C) \right] \sin(k_y y) . \quad (A.25)$$

Utilizando (A.25) nas equações (A.7)-(A.10), determinam-se as seguintes componentes das funções vetoriais auxiliares:

$$L = L = 0 , \quad (A.26)$$

$$N = \iint_S J_x \cos \left(\frac{\pi}{2} \right) e^{j k_0 r' \cos \left(\frac{\pi}{2} \right)} ds' \quad (A.27)$$

$$N = j2 \frac{E_d}{Z_d} C_y \sinh(\tanh^{-1}(C)) \cos \left(\frac{\pi}{2} \right) \iint_S \sin(k_y y') e^{j k_x x' \cos \left(\frac{\pi}{2} \right)} ds' \quad (\text{A.28})$$

$$N = j2 \frac{E_d}{Z_d} C_y \sinh(\tanh^{-1}(C)) \cos \left(\frac{\pi}{2} \right) \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} \sin(k_y y') e^{j k_x x' \cos \left(\frac{\pi}{2} \right)} dx' dy' \quad (\text{A.29})$$

$$N = j2 \frac{E_d}{Z_d} C_y \sinh(\tanh^{-1}(C)) \cos \left(\frac{\pi}{2} \right) \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} e^{j k_x x' \cos \left(\frac{\pi}{2} \right)} dx' \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} \sin(k_y y') e^{j k_x x' \cos \left(\frac{\pi}{2} \right)} dy' \quad (\text{A.30})$$

$$N = -4 \frac{E_d}{Z_d} C_y \sinh(\tanh^{-1}(C)) \frac{\cos \left(\frac{\pi}{2} \right)}{k^2 - k_0^2 \sin^2 \left(\frac{\pi}{2} \right)} \frac{\cos \left(\frac{\pi}{2} \right)}{\sin^2 \left(\frac{\pi}{2} \right)} \left(\frac{\sin X}{X} \right) k \cos \left(\frac{k_0 L}{2} \right) \sin \left(\frac{k_0 L}{2} \right) \quad (\text{A.31})$$

Substituindo (A.31) e L_ϕ em (A.12) obtém-se:

$$E_y = \frac{j k_0 E_d \sqrt{\frac{C_y \sinh(\tanh^{-1}(C))}{\mu_0 \epsilon_0}} \frac{\sin(X)}{X} k \sin \left(\frac{k_0 L}{2} \right) \sin \left(\frac{k_0 L}{2} \right)}{r \left(k^2 - k_0^2 \sin^2 \left(\frac{\pi}{2} \right) \right) \sin^2 \left(\frac{\pi}{2} \right)} \quad (\text{A.32})$$

$$E_y \cos \left(\frac{\pi}{2} \right) \cos \left(\frac{\pi}{2} \right)$$

utilizando o fator de arranjo para dois elementos em fase ao longo do eixo (z), obtém-se:

$$E_{1,4} = \frac{j k_0 E_0 \sqrt{\frac{C \sinh(\tanh^{-1}(C)) h e^{-j k_y y}}{k_y^2 - k_0^2 \sin^2 \theta}} \frac{\sin(X)}{X} \left[\frac{k_0 L}{2} \cos \left(\frac{k_0 L}{2} \sin \theta \right) \right] \times \left[2 \cos \left(\frac{k_0 W}{2} \cos \theta \right) \right] \quad (A.33)$$

O campo irradiado $E_{\phi 3,4}$ é determinado como segue:

$$N = \iint_S \left[-J_x \sin \theta \right] e^{j k_0 r' \cos \theta} ds' \quad (A.34)$$

$$N = -j 2 \frac{E_0}{Z_d} C_y \sinh(\tanh^{-1}(C)) \sin \theta \iint_S \sin(k_y y') e^{j k_0 r' \cos \theta} ds' \quad (A.35)$$

$$N = -j 2 \frac{E_0}{Z_d} C_y \sinh(\tanh^{-1}(C)) \sin \theta \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \sin(k_y y') e^{j k_0 r' \cos \theta} dx' dy' \quad (A.36)$$

$$N = -\frac{j 2 E_0 C_y}{Z_d} \sinh(\tanh^{-1}(C)) \sin \theta \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} e^{j k_0 x' \cos \theta} dx' \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \sin(k_y y') e^{j k_0 y' \sin \theta} dy' \quad (A.37)$$

$$N = 4 \frac{E_0}{Z_d} C_y \sinh(\tanh^{-1}(C)) \frac{\sin \theta}{k_y^2 - k_0^2 \sin^2 \theta} \frac{\sin X}{X} k_y \cos \left(\frac{k_0 L}{2} \sin \theta \right) \quad (A.38)$$

Substituindo (A.38) e L_θ em (A.13) obtém-se:

$$E_j = \frac{\tilde{\mu}_0 E_0 \sqrt{\frac{C \sinh(\tanh^{-1}(C)) e^{-k_j l}}{r \frac{k_j^2 - k_0^2}{k_0^2} \sinh^2}}}{\frac{\sinh l}{X} k_0 \sinh} \quad \sinh \quad \cos \frac{k_j L}{2} \sinh \quad \sinh \quad \sinh \quad (A.39)$$

,

utilizando o fator de arranjo para dois elementos em fase ao longo do eixo (z), obtém-se:

$$E_{\beta A} = \frac{\beta E_0 \sqrt{\frac{C \sinh(\tanh^{-1}(C)) e^{-\beta}}{r \left(k_y^2 - k_y^2 \sin^2 \right) \left(\frac{\sin(X)}{X} \right) k_y \sin}}}{\left(\cos \frac{k_y L}{2} \sin \right) \left(\sin \right) \left(\sin \right) \left(\sin \right)} \quad (A.40)$$

•