

CAPÍTULO 3

3 - O MÉTODO DE CONDIÇÕES DE CONTORNO DE IMPEDÂNCIA

3.1 - Introdução

Será desenvolvido neste capítulo o método de condições de contorno de impedância aplicado para a análise de microfitas retangulares com estubes. Primeiramente serão deduzidas expressões para o caso geral, no qual a microfita contém estubes nos quatro lados, e depois estas expressões serão adaptadas para o cálculo da frequência de ressonância e dos campos eletromagnéticos dentro da cavidade de três exemplos: as microfitas retangulares mostradas nas Fig. 2.5(b) e Fig. 2.5(d), e a quadrada da Fig. 2.5(e).

3.2 - Considerações iniciais

Este método para a análise de antenas de microfita retangulares carregadas com estubes, baseia-se no modelo da cavidade [1]. Este modelo caracteriza-se por não considerar o efeito da distorção dos campos eletromagnéticos nas bordas do *patch*, assim, com base nesta consideração, pode-se obter condições de contornos bastante simples nas aberturas laterais da cavidade.

Estas condições para as aberturas que possuem estubes nas bordas são chamadas de condições de contornos de impedância [13]-[15], e para aquelas que não possuem estubes são chamadas de condições de contornos de paredes magnéticas, além dessas condições nas faces

laterais, o modelo considera as superfícies superior e inferior, *patch* e plano de terra respectivamente, como paredes elétricas.

Os estubes são considerados periódicos e iguais, isto é, retangular com as mesmas dimensões (l) e (w_l). Além disso, o número de estubes em cada lado é considerado maior ou igual a 25 [12], pois neste modelo não se considera a variação da frequência em função do número de estubes, com isso a operação será sempre na região de frequência saturada. Na Fig. 2.15 esta frequência corresponde a um número de estubes maior ou igual a 25.

3.3 - O problema geral

Primeiramente será modelado o ressoador que tem a forma mais geral com estubes nos quatro lados (Fig. 3.1). Esta escolha será vantajosa posteriormente, pois os casos mais simples que serão analisados, facilmente serão adaptados dos resultados obtidos aqui. Esta metodologia evitará o inconveniente de resolver mais de uma vez o mesmo problema. O ressoador com estubes nos quatro lados é mostrado na Fig. 3.1 com suas dimensões e com as referências que serão utilizadas na análise.

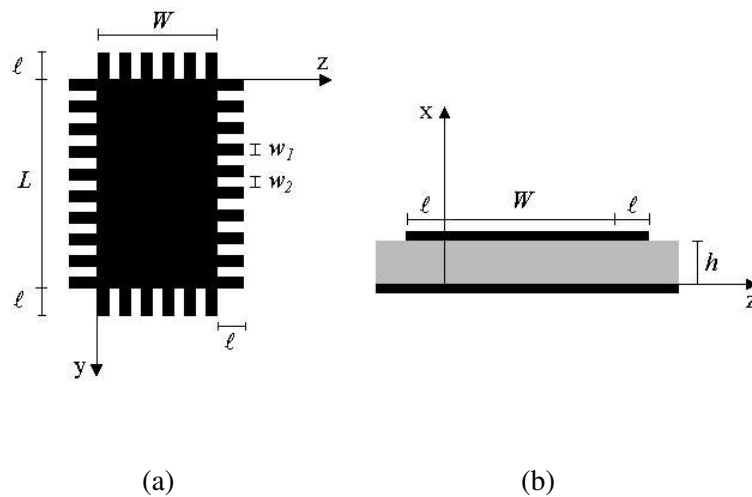


Figura 3.1: Microfita retangular com estubes, caso geral. (a) vista superior. (b) vista transversal.

Na Fig. 3.1(a) os quatro lados do ressoador possuem estubes periódicos, isto implica que existem quatro condições de contornos de impedância, uma para cada lado. Para o modo TM^x , estas condições são dadas por:

$$E_x(x, 0, z) = Z_s H_z(x, 0, z) \Rightarrow H_z(x, 0, z) = Y_s E_x(x, 0, z), \quad (3.1)$$

$$E_x(x, L, z) = -Z_s H_z(x, L, z) \Rightarrow H_z(x, L, z) = -Y_s E_x(x, L, z), \quad (3.2)$$

$$E_x(x, y, 0) = -Z_s H_y(x, y, 0) \Rightarrow H_y(x, y, 0) = -Y_s E_x(x, y, 0), \quad (3.3)$$

$$E_x(x, y, W) = Z_s H_y(x, y, W) \Rightarrow H_y(x, y, W) = Y_s E_x(x, y, W), \quad (3.4)$$

$$E_y(0, y, z) = 0, \quad (3.5)$$

$$E_y(h, y, z) = 0, \quad (3.6)$$

onde Y_s é a admitância equivalente das aberturas nas quais as bordas contêm estubes, e $Y_s = 1/Z_s$. Esta admitância é calculada por [13]:

$$Y_s = j \frac{w_1}{w_1 + w_2} \frac{1}{Z_l} \tan \left(\frac{2l}{g} \right) \quad (3.7)$$

,

onde Z_l é a impedância característica do estube, e g é o parâmetro

$$Z_l = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_{\text{efs}}}} \quad g = \frac{2l}{\lambda_0 \sqrt{\epsilon_{\text{efs}}}}$$

onde λ_0 é o comprimento de onda para o espaço livre e ϵ_{efs} é a permissividade efetiva do dielétrico contido na linha de microfita formada por um estube de largura w_l e comprimento l . Esta permissividade pode ser obtida de (1.3) ou (1.4), bastando para isso, substituir W por w_l .

A determinação das componentes dos campos eletromagnéticos dentro da cavidade, assim como os modos de ressonância, consiste em resolver o problema de contorno, com simetria retangular, utilizando as condições de contornos (3.1)-(3.6), junto com as equações de Maxwell [24]-[26]. Para simplificar a solução do problema, serão utilizadas as equações sem fontes num meio sem perdas, essas equações são:

$$\nabla \times \bar{E} = - \quad (3.8)$$

$$\nabla \times \bar{H} = \quad (3.9)$$

$$\nabla \cdot \bar{E} = 0 \quad , \quad (3.10)$$

$$\nabla \cdot \bar{H} = 0 \quad . \quad (3.11)$$

Como o modo de análise é o TM^x então tem-se que $H_x=0$. Calculando-se a componente E_x , todas as outras quatro componentes podem ser determinadas a partir desta usando-se as seguintes equações derivadas de (3.8) e (3.9):

$$\frac{\partial^2 E_z}{\partial x^2} + \quad (3.12)$$

$$\frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} + \quad (3.13)$$

$$\frac{\partial^2 H_z}{\partial x^2} + \quad (3.14)$$

$$\frac{\partial^2 H_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H_z}{\partial x^2} = 0 \quad (3.15)$$

A partir das equações (3.6)-(3.11) pode ser mostrado a seguinte equação de onda para a componente E_x :

$$\nabla^2 E_x = 0 \quad (3.16)$$

Não considerando variações em (x), para o caso estacionário as soluções serão da forma,

$$E_x = E_x(y, z) e^{j\omega t}, \text{ substituindo esse tipo de solução em (3.16), obtém-se a seguinte equação}$$

de Helmholtz:

$$\frac{\partial^2 E_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 E_x}{\partial z^2} + k^2 E_x = 0, \quad (3.17)$$

onde

$$k = \sqrt{\epsilon \mu \omega^2} \quad (3.18)$$

. Uma forma clássica para a solução de (3.17) é a utilização do método de separação de variáveis [19]-[23], através dele transforma-se um problema de equações diferenciais parciais bidimensional em dois de equações diferenciais ordinárias, para isto substitui-se soluções do tipo produto $E_x = F_y F_z$, onde F_y e F_z são funções das variáveis y e z respectivamente, substituindo esta solução produto em (3.17), tem-se a seguinte equação:

$$\frac{d^2 F_y}{dy^2} F_z + F_y \frac{d^2 F_z}{dz^2} + k^2 F_y F_z = 0, \quad (3.18)$$

a equação anterior pode ser modificada para a seguinte forma:

$$\frac{1}{F_y} \frac{d^2 F_y}{dy^2} + \frac{1}{F_z} \frac{d^2 F_z}{dz^2} = -k^2. \quad (3.19)$$

No primeiro membro de (3.19) existe uma soma de dois termos independentes, enquanto que no segundo há uma constante, isto implica dizer que os termos individuais do primeiro membro são constantes, fazendo-se essas duas constantes iguais a λ_y e λ_z , obtém-se as seguintes equações diferenciais ordinárias para F_y e F_z respectivamente:

$$F_y''(y) = -\lambda_y^2 F_y(y), \quad (3.20)$$

$$F_z''(z) = -\lambda_z^2 F_z(z), \quad (3.21)$$

com isto tem-se que

$$-k^2 = -\lambda_y^2 - \lambda_z^2.$$

Pode ser mostrada as seguintes condições de contornos para a equação (3.20):

$$\left. \begin{aligned} & F_y(0) = 0 \\ & F_y(L) = 0 \end{aligned} \right\} \quad (3.22)$$

$$\left. \begin{aligned} & F_y(0) = 0 \\ & F_y(L) = 0 \end{aligned} \right\} \quad (3.23)$$

,

e para a equação (3.21), pode ser mostrado que suas condições de contornos são:

$$\left. \begin{aligned} & F_z(0) = 0 \\ & F_z(L) = 0 \end{aligned} \right\} \quad (3.24)$$

,

$$\left(\begin{array}{c} + \\ y \end{array} \right) \quad \left(\begin{array}{c} Y F(W) = -j \\ z \end{array} \right) \quad \left(\begin{array}{c} F'(W) \\ d \end{array} \right) \quad (3.25)$$

.

3.3.1 - Solução dos problemas de autovalores

As equações (3.20) e (3.21) juntamente com suas respectivas condições de contornos são listadas abaixo como dois problemas de contornos:

$$\left(\begin{array}{c} + \\ y \end{array} \right) \quad \left(\begin{array}{c} Y F(0) = j \\ z \end{array} \right) \quad \left(\begin{array}{c} F'(0) \\ d \end{array} \right)$$

$$\left(\begin{array}{c} + \\ y \end{array} \right) \quad \left(\begin{array}{c} Y F(L) = -j \\ z \end{array} \right) \quad \left(\begin{array}{c} F'(L) \\ d \end{array} \right)$$

Problema 1,

$$\left(\begin{array}{c} + \\ y \end{array} \right) \quad \left(\begin{array}{c} Y F(0) = j \\ z \end{array} \right) \quad \left(\begin{array}{c} F'(0) \\ d \end{array} \right)$$

$$\left(\begin{array}{c} + \\ y \end{array} \right) \quad \left(\begin{array}{c} Y F(W) = -j \\ z \end{array} \right) \quad \left(\begin{array}{c} F'(W) \\ d \end{array} \right)$$

Problema 2.

A solução de um problema de autovalor consiste em determinar os autovalores da equação e os seus respectivos autovetores, ou autofunções. Na solução de um problema destes, costuma-se determinar separadamente os autovalores negativos, nulos e positivos, utilizando este procedimento, a seguir serão resolvidos os dois problemas.

Problema 1:

Para $y=0$, a solução da equação (3.20) será

$F_y = ay + b$, onde a e b são constantes, e sua derivada é $F'_y(y) = a$, então $F_y(0) = b$ e

$F'_y(0) = a$, substituindo estes dois últimos resultados na condição de (3.22), tem-se:

$$k^2 Y_s b = -j \quad d \quad a \quad (3.26)$$

,

substituindo $F_y(L) = aL + b$, $F'_y(L) = a$ e (3.26) na condição de contorno (3.23), e sabendo que

$y=0$, obtém-se o seguinte resultado:

$$= \frac{2j}{L Y_s} \quad d \quad (3.27)$$

,

substituindo este último resultado na equação

$$b = \left[\frac{j}{Y_s} + \frac{d}{z} \right] a$$

, obtém-se $b = -aL/2$, então a solução será dada por:

$$F_y(y) = a \left[y - \frac{L}{2} \right]. \quad (3.28)$$

observa-se que neste caso o valor de z tem que

satisfazer (3.27). Para $y < 0$, faz-se

$k_y^2 = -k_y^2$ e a equação (3.20) torna-se

$F_y''(y) + k_y^2 F_y(y) = 0$, sua solução e derivada são:

$$F_y(y) = A \cos(k_y y) + B \sin(k_y y), \quad (3.29)$$

$$F_y'(y) = -A k_y \sin(k_y y) + B k_y \cos(k_y y), \quad (3.30)$$

substituindo $F_y(0) = A$ e $F_y'(0) = B k_y$ na condição (3.22), tem-se:

$$A = \frac{j}{\left[\begin{array}{c} 1 \\ -k_y^2 Y_s \end{array} \right]} B \quad (3.31)$$

,

substituindo (3.29), (3.30) e (3.31), para $y=L$, na condição de contorno (3.23), obtém-se a seguinte equação para os autovalores negativos:

$$\tan(k_y L) = \frac{\left[\begin{array}{c} 1 \\ -k_y^2 Y_s \end{array} \right]}{\left[\begin{array}{c} 1 \\ -k_y^2 Y_s \end{array} \right]} \quad (3.32)$$

,

onde $Y_s = jY$. Da equação (3.32) observa-se a dependência com λ_z , isto implica que para cada autovalor do Problema 2, existe um conjunto de autovalores

$k_y < 0$, esta dependência torna o problema geral

complexo, no entanto a equação (3.32) torna-se mais simples quando adaptada para os ressoadores que serão analisados nas próximas seções e nos próximos capítulos. Os autovetores correspondentes aos autovalores (3.32) pode ser obtido substituindo (3.31) em (3.29), assim obtém-se:

$$F_y(y) = \frac{1}{\sqrt{1 + k_y^2}} \left[\cos(k_y y) + \frac{k_y}{1 + k_y^2} \sin(k_y y) \right] \quad (3.33)$$

.

Para $k_y > 0$, faz-se

$k_y = k'^2$, com isso a equação (3.20) torna-se

$F_y''(y) - k_y'^2 F_y(y) = 0$, onde sua solução e derivada são:

$$F_y(y) = A \cosh(k'_y y) + B \sinh(k'_y y), \quad (3.34)$$

$$F_y'(y) = A k'_y \sinh(k'_y y) + B k'_y \cosh(k'_y y), \quad (3.35)$$

substituindo (3.34) e (3.35) nas condições de contornos (3.22) e (3.23), para $y=0$ e $y=L$, obtém-se a seguinte equação dos autovalores:

$$\tanh(k'_y L) = \frac{1}{k'_y L} \frac{1 + k_y'^2}{1 - k_y'^2} \quad (3.36)$$

.

As autofunções correspondentes aos autovalores obtidos de (3.36) são:

$$F_y(y) = \frac{1}{\sqrt{1 + k_y'^2}} \left[\cosh(k'_y y) + \frac{k_y'}{1 + k_y'^2} \sinh(k'_y y) \right] \quad (3.37)$$

Problema 2:

Este problema é equivalente ao problema 1, por isso seus autovalores e autovetores são dados pelas mesmas expressões. Para $z=0$, tem-se:

$$\frac{2j}{Y} = \frac{LY}{d} \quad (3.38)$$

,

e o autovetor correspondente é:

$$F_z(z) = a \left[z - \frac{L}{2} \right], \quad (3.39)$$

para

$z < 0$, onde

$z = -k_z^2$, os autovalores e os autovetores são

respectivamente:

$$\tan(k_z W) = \frac{2}{1} \frac{\left[\frac{Y}{d} k_z \right] \left[\frac{-k_z^2}{Y} \right]}{\left[\frac{1}{d} k_z^2 \right] \left[\frac{-k_z^2}{Y} \right]} \quad (3.40)$$

,

$$F_z(z) = \frac{\left[\frac{-k_z^2}{Y} \right]}{\left[\frac{1}{d} k_z^2 \right]} \cos(k_z z) + \frac{\left[\frac{Y}{d} k_z \right]}{\left[\frac{-k_z^2}{Y} \right]} \sin(k_z z) \quad (3.41)$$

,

e para $z > 0$, os autovalores e os autovetores são obtidos, respectivamente, por:

$$\tanh(k'W) = \frac{2}{1 + \frac{d^2 k'^2}{y^2} \left[\frac{Y}{z} \right]} \quad (3.42)$$

$$F_z(z) = \frac{1}{1 + \frac{d^2 k'^2}{y^2} \left[\frac{Y}{z} \right]} \cosh(k'z) + \sinh(k'z) \quad (3.43)$$

onde $k_z^2 = k'^2$.

3.3.2 - Resumo dos resultados

O desenvolvimento acima teve como objetivo apenas determinar os autovalores e as autofunções do problema para o ressoador retangular com estubes mostrado na Fig. 3.1. As autofunções F_y e F_z juntas formam a solução geral para o campo elétrico E_x dentro da cavidade, esta solução é obtida por $E_x = F_y F_z$, onde a função F_y pode ser (3.28), (3.33) ou (3.37), e a função F_z pode ser (3.39), (3.41) ou (3.43). A Tabela 1 abaixo mostra um resumo dos resultados obtidos até aqui.

	PROBLEMA	$\lambda=0$	$\lambda<0$	$\lambda>0$
I	$F_y(y) = \frac{1}{1 + \frac{d^2 k'^2}{y^2} \left[\frac{Y}{z} \right]} \cosh(k'y) + \sinh(k'y)$	$F_y(y) = a \left[y - \frac{L}{2} \right]$	$F_y(y) = \frac{1}{1 + \frac{d^2 k'^2}{y^2} \left[\frac{Y}{z} \right]} \cosh(k'y) + \sinh(k'y)$	$F_y(y) = \frac{1}{1 + \frac{d^2 k'^2}{y^2} \left[\frac{Y}{z} \right]} \cosh(k'y) + \sinh(k'y)$

2	$F_z(z) = a \left[z - \frac{L}{2} \right]$	$F_z(z) = \frac{1}{2} \left[\frac{1}{z} + \frac{1}{z - \frac{L}{2}} \right]$	$F_z(z) = \frac{1}{2} \left[\frac{1}{z} + \frac{1}{z - \frac{L}{2}} \right]$
---	---	---	---

Tabela 3.1: Resumo dos resultados do problema geral, a é constante.

3.4 - Microfitas retangulares com estubes longitudinais

Nesta seção será mostrado que as microfitas retangulares com estubes longitudinais (Fig. 2.5(b) e Fig. 2.5(d)) não fornecem uma real redução em suas dimensões, e serão calculados a variação da frequência de ressonância e os campos dentro da cavidade em função dos estubes.

3.4.1 – Microfita retangular com estubes em um lado

Na Fig. 3.2 é mostrada a microfita com estubes em um lado. Neste caso os estubes estão ao longo da dimensão L da microfita onde $y=L$, neste caso existirão condições de contorno de impedância somente neste lado, enquanto que nos outros três lados as condições serão de paredes magnéticas. Assim os problemas de contorno de F_y e F_z tornam-se, respectivamente:

$$\begin{aligned}
 & F_y'(y) = F_y'(y) \\
 & F_y'(0) = 0 \\
 & F_y'(L) = -j \\
 & F_y'(L)
 \end{aligned}$$

Problema 3,

$$\begin{aligned}
 & F_z''(z) = F_z''(z) \\
 & F_z'(0) = 0 \\
 & F_z'(W) = 0
 \end{aligned}$$

Problema 4.

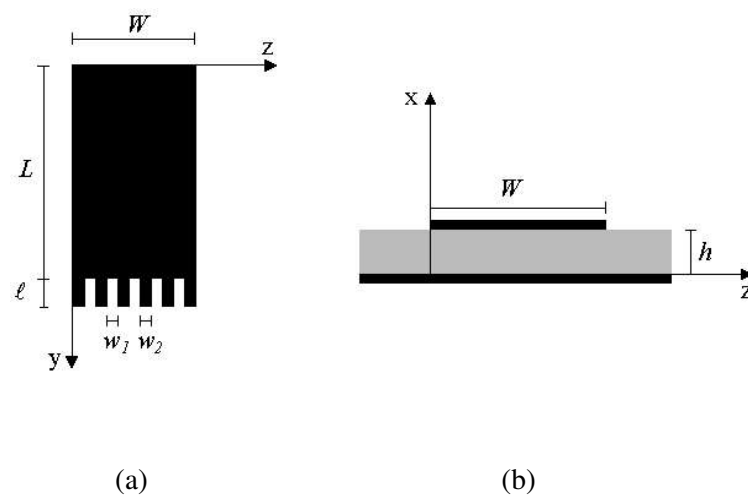


Figura 3.2: Microfita retangular com estubes em um lado. (a) vista superior. (b) vista transversal.

a) - *Frequência de ressonância*

Considerando o modo TM_{010}^x , tem-se $\lambda_z=0$, o que corresponde a não variação da componente E_x em função de (z) . Neste caso $-k^2 =$ y
, desta última relação conclui-se que λ_y deve ser negativo para que exista uma solução real.

Fazendo-se $\gamma = -k_y^2$ a equação (3.20) torna-se

$F_y''(y) + k_y^2 F_y(y) = 0$, assim sua solução e derivada são:

$$F_y(y) = A \cos(k_y y) + B \sin(k_y y), \quad (3.44)$$

$$F_y'(y) = -A k_y \sin(k_y y) + B k_y \cos(k_y y), \quad (3.45)$$

donde substituindo as condições de contorno do Problema 3 em (3.44) e (3.45), obtém-se a seguinte equação dos autovalores λ_y :

$$\tan(k_y d) + \frac{k_y Y}{d} = 0 \quad (3.46)$$

.

Fazendo $\omega/\omega_0 = \alpha$, $K = w_1/(w_1 + w_2)$ e $\beta = l/L$ a equação (3.46) torna-se:

$$\tan(\alpha \beta) + \frac{\alpha \beta}{K} = 0 \quad (3.47)$$

onde

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{EI}{\rho A L^3}}$$

é a frequência fundamental para a microfita convencional (sem estubes). Nesta equação para cada valor de $\beta = l/L$ obtém-se infinitos valores de $\omega/\omega_0 = \alpha$ para um determinado valor de K e

$$\omega_{efs} = \omega_{ef} \cdot \sqrt{\frac{I}{I_d}}$$

mostrar isto, a Fig. 3.3 mostra um exemplo de simulação da equação (3.47) para $\beta = 0, 0.2$ e 0.4 , onde $K = 0.5$ e

$$\omega_{efs} = \omega_{ef} = 1.1.$$

Nestas curvas

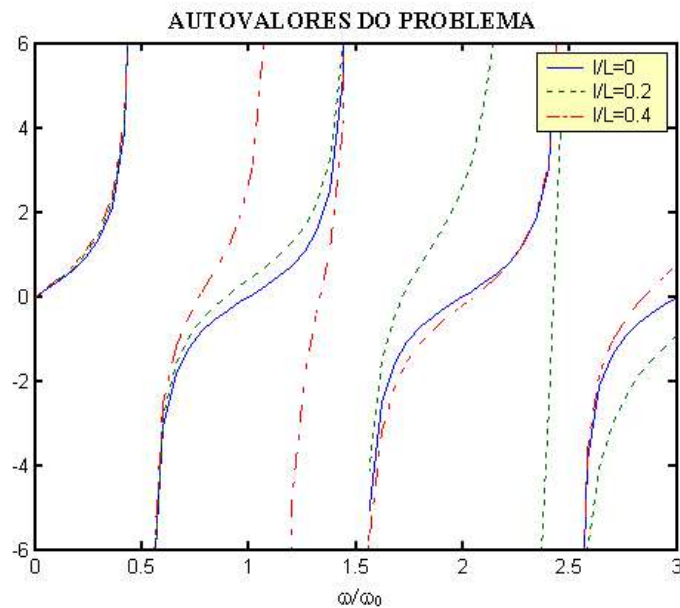


Figura 3.3: Autovalores para a microfita retangular com estubes em um lado,

$$w_1/(w_1+w_2)=0.5 \text{ e } l/L=0, 0.2 \text{ e } 0.4.$$

os autovalores (frequências ressonantes) correspondem aos pontos em que elas interceptam o eixo horizontal, observa-se que cada curva apresentam infinitos autovalores, sendo que o fundamental corresponde ao valor de ω/ω_0 mais baixo. A curva em que $l/L=0$ corresponde a microfita sem estubes e seu autovalor mais baixo é em $\omega/\omega_0=1$. Para a curva $l/L=0.2$, o autovalor mais baixo é menor que 1 ($\omega/\omega_0 < 1$), e para a curva $l/L=0.4$, este autovalor é mais

baixo ainda. Na Fig. 3.4 é mostrada outra simulação feita de (3.47), onde o eixo vertical corresponde à frequência normalizada (ω/ω_0), e o eixo horizontal é o comprimento normalizado dos estubes (l/L). Nesta simulação foi utilizado

$$\sqrt{\epsilon_{fs}} / \epsilon_{ef} = 1.1$$

e $K=0.2, 0.5$ e 0.8 .

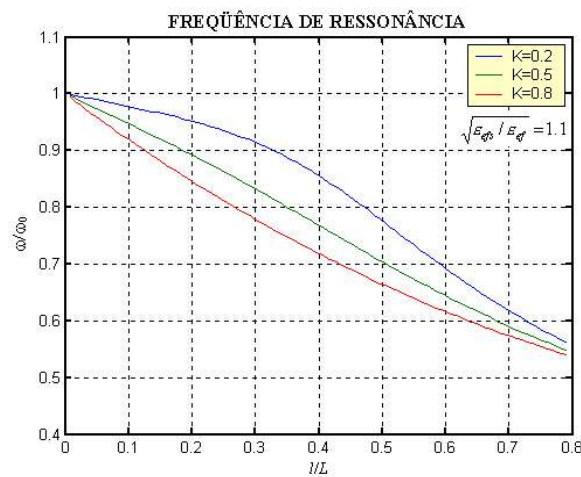


Figura 3.4: Variação da frequência normalizada (ω/ω_0) em função do comprimento normalizado (l/L),

$$\sqrt{\epsilon_{fs}} / \epsilon_{ef} = 1.1$$

e $K=0.2, 0.5$ e 0.8 .

Destas curvas poder-se-ia obter uma falsa conclusão de redução das dimensões em relação a microfita convencional, mas acontece que simultaneamente reduz-se a frequência e aumenta-se a dimensão L , aumento este que é devido ao comprimento dos estubes, assim o comprimento total da microfita será $L_{total}=L+l$. Para comprovar que não ocorre redução na frequência, é apresentado um exemplo como segue. Para o ponto onde $l=0.5$, da curva com $K=0.5$ (Fig. 3.4), tem-se a relação $\omega/\omega_0=0.7$, onde ω_0 é a frequência de ressonância da microfita convencional de comprimento L , considerando que ω'_0 a frequência ressonante para a microfita convencional de dimensão $L_{total}=L+l$, então, para este exemplo, tem-se $L_{total}=L+0.5L=1.5L$, assim obtém-se que a relação "real" de frequências será $\omega/\omega'_0=1.5$.

0.7=1.05, este resultado não corresponde em redução na frequência, desta forma é mostrado que este tipo de microfita não oferece possibilidade para reduzir suas dimensões.

b) Campos eletromagnéticos

Para esta microfita, pode ser mostrado que os campos eletromagnéticos presentes dentro da cavidade são:

$$E_x = E_{x0} \cos(k_y y) , \quad (3.48)$$

$$H_z = j \frac{E_{x0}}{Z_d} \cos(k_y y) . \quad (3.49)$$

3.4.2 – Microfita retangular com estubes nos dois lados longitudinais

Na Fig. 4.1 é mostrada a microfita retangular com estubes longitudinais, a qual será mostrado, também, que neste caso não se obtém redução de dimensões.

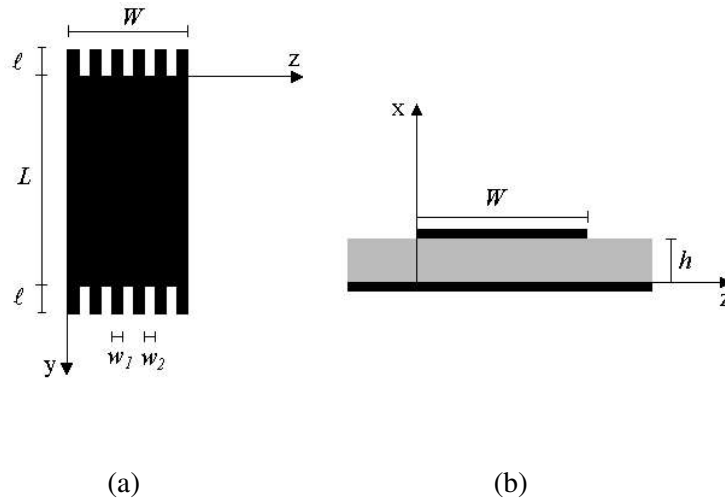


Figura 3.5: Microfita retangular com estubes longitudinais. (a) vista superior. (b) vista transversal.

a) Frequência de ressonância - modo TM_{010}^x

A microfita da Fig. 3.5 possui os seguintes problemas de contorno das funções F_y e F_z :

$$\left\{ \begin{array}{l} F_y'(y) = 0 \\ F_y(y) = 0 \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} F_z'(z) = 0 \\ F_z(z) = 0 \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} F_y'(0) = 0 \\ F_y'(L) = 0 \end{array} \right. \quad (3.50)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} F_z''(z) = 0 \\ F_z'(0) = 0 \\ F_z'(W) = 0 \end{array} \right. \quad (3.51)$$

Para o modo TM_{010}^x a solução de (3.51) é uma constante e $F_z = 0$, assim

$-k^2 = 0$. Para que existam frequências reais, os

autovalores λ_y devem ser negativos, então $\lambda_y = -k_y^2$,

desta forma a equação dos autovalores será:

$$\tan(k_y L) + \frac{2K \tan(k_y L \sqrt{\epsilon_{fs}})}{1 - K^2 \tan^2(k_y L \sqrt{\epsilon_{fs}})} = 0 \quad (3.52)$$

onde desta equação calcula-se todos os autovalores correspondentes aos modos TM_{0n0}^x , com $n=1, 2, 3, \dots$. A frequência fundamental é obtida do autovalor mais baixo de (3.52), que neste caso corresponde ao modo TM_{010}^x . Na Fig. 3.6 é apresentada uma simulação de (3.52), onde o eixo vertical representa a frequência normalizada $\alpha=\omega/\omega_0$ e no eixo horizontal o parâmetro l/L . Nesta simulação foram utilizados $K=0.2, 0.5$ e 0.8 e

$$\sqrt{\epsilon_{fs}} / \sqrt{\epsilon_{ef}} = 1.$$

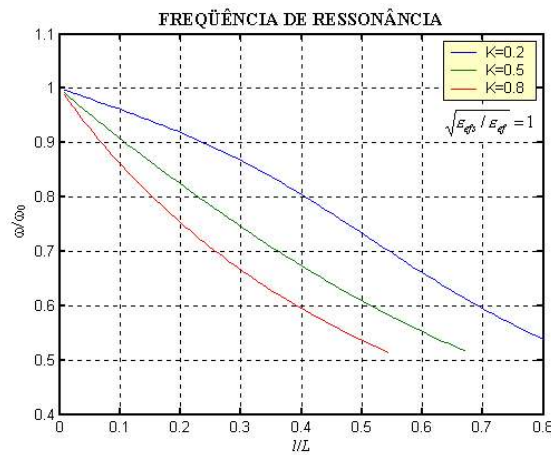


Figura 3.6: Variação da frequência normalizada (ω/ω_0) em função do comprimento normalizado (l/L),

$$\sqrt{\epsilon_{fs}} / \sqrt{\epsilon_{ef}} = 1 \text{ e}$$

$K=0.2, 0.5$ e 0.8 .

Destas curvas, poder-se-ia, também, concluir que há uma redução das dimensões, mas o que ocorre neste caso é o mesmo do anterior. Para mostrar isto é mostrado um exemplo como segue. Para $l/L=0.4$ da curva onde $K=0.8$ (Fig. 4.6), tem-se a relação $\omega/\omega_0=0.6$. Esta última relação é a frequência da microfita com estubes normalizada com a frequência da microfita convencional de comprimento L . Como foi mostrado antes, o comprimento total da microfita será realmente $L_{total}=L+2l$, que para este exemplo será $L_{total}=L+2 \cdot 0.4 \cdot L=1.8L$, assim a relação de frequência será $\omega/\omega'_0=1.8 \cdot 0.6=1.08$, onde ω'_0 é a frequência para a microfita de comprimento $L_{total}=1.8L$.

b) Campos dentro da cavidade

A componente do campo elétrico é $E_x = F_y$, onde F_y é obtido de (3.33). O campo magnético H_z pode ser determinado de E_x utilizando a equação (3.14). As expressões resultantes para estes campos podem ser dadas da seguinte forma:

$$E_x = E_{x0} \sqrt{1 + (Z_d Y)^2} \cos \left[k_y y + \tan^{-1}(Z_d Y) \right], \quad (3.53)$$

$$H_z = j \frac{E_{x0}}{Z_d} \sqrt{1 + (Z_d Y)^2} \sin \left[k_y y + \tan^{-1}(Z_d Y) \right]. \quad (3.54)$$

3.5 - Microfita quadrada com estubes nos quatro lados

Uma outra configuração de microfita com estubes que pode ser apresentada como exemplo de aplicação do método de condições de contornos de impedância, é aquela mostrada na Fig. 3.7. Nesta microfita tem-se estubes nos quatro lados sendo que $L=W$.

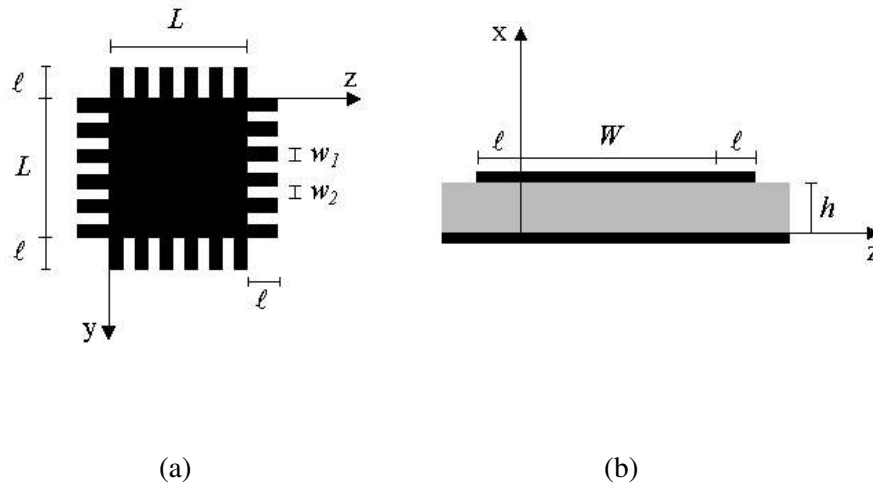


Figura 3.7: Microfita quadrada com estubes nos quatro lados. (a) vista superior. (b) vista transversal.

a) Frequência de ressonância

Para a microfita quadrada com estubes mostrada na Fig. 3.7, será analisado o modo TM_{011}^x com variação senoidal nas direções (y) e (z), nesta situação os autovalores λ_y e λ_z são negativos, assim fazendo $\lambda_y = -k_y^2$ e

$\lambda_z = -k_z^2$ tem-se que $k^2 = k_y^2 + k_z^2$. Pelo fato desta microfita ser quadrada ($L=W$), o modo TM_{011}^x apresentarão os mesmos autovalores $\lambda_y = -k_y^2 = \lambda_z = -k_z^2$, neste caso as equações (3.32) e (3.40) tornam-se iguais, assim a equação dos autovalores torna-se:

$$\tan(k_y L) + \frac{4}{2} \frac{Y k_y}{d - 4k_y^2 Y^2} = 0 \quad (3.55)$$

,

fazendo $\beta = l/L$, $\alpha = \omega/\omega_0$ e $K = w_1/(w_1 + w_2)$, a equação (3.55) torna-se:

$$\tan\left(\frac{\beta}{1-2K^2 \tan^2}\right) = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{1-2K^2 \tan^2}} \quad (3.56)$$

,

onde

$$\omega_0 = \left(\frac{\sqrt{2}}{d} \right) / \left(L \sqrt{1-2K^2 \tan^2} \right)$$

é a frequência de ressonância da microfita quadrada sem estubes para o modo TM_{011}^x . Na Fig. 3.8 é mostrada a variação da frequência de ressonância

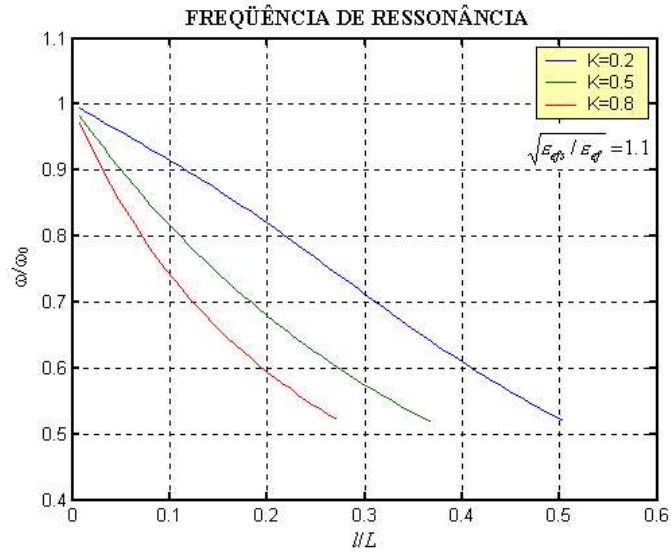


Figura 3.8: Frequência (ω/ω_0) em função do comprimento (l/L),

$$\sqrt{\frac{E_{ef}}{E_{fs}}} = 1.1$$

e $K=0.2, 0.5$ e 0.8 .

normalizada (ω/ω_0) em função do comprimento normalizado dos estubes (l/L), onde $K=w_1/(w_1+w_2)=0.2, 0.5$ e 0.8 e

$$\sqrt{\frac{E_{ef}}{E_{fs}}} = 1.1$$

Para $l/L=0.2$ na curva com $K=0.8$, tem-se $\omega/\omega_0=0.6$ e $\omega/\omega'_0=0.84$, para este ponto obtém-se redução na frequência, mas existem pontos onde não ocorre redução, por exemplo em $l/L=0.4$ da curva com $K=0.2$, tem-se aproximadamente $\omega/\omega_0=0.6$ e $\omega/\omega'_0=1.08$. Destes dois exemplos, pode-se concluir que nesta microfita há casos (certos valores de l/L e K) em que se consegue uma pequena redução na frequência de ressonância para este modo de análise (TM_{011}^x).

b) Campos eletromagnéticos

A componente do campo elétrico para esta microfita é dada por $E_x = F_y F_z$, onde F_y e F_z são obtidos, respectivamente, de (3.37) e (3.41), assim o campo elétrico será:

$$E_x = E_{x0} \left(1 + 2 Z_d^2 Y^2 \right) \cos \left(k_y y + \tan^{-1}(\sqrt{2} Z_d Y) \right) \cos \left(k_y z + \tan^{-1}(\sqrt{2} Z_d Y) \right) \quad (3.57)$$

Os campos magnéticos H_z e H_y são obtidos, respectivamente, de (3.14) e (3.15):

$$H_z = j \frac{E_{x0}}{Z_d} \frac{\left(1 + 2 Z_d^2 Y^2 \right)}{\sqrt{2}} \sin \left(k_y y + \tan^{-1}(\sqrt{2} Z_d Y) \right) \cos \left(k_y z + \tan^{-1}(\sqrt{2} Z_d Y) \right) \quad (3.58)$$

$$H_y = -j \frac{E_{x0}}{Z_d} \frac{\left(1 + 2 Z_d^2 Y^2 \right)}{\sqrt{2}} \cos \left(k_y y + \tan^{-1}(\sqrt{2} Z_d Y) \right) \sin \left(k_y z + \tan^{-1}(\sqrt{2} Z_d Y) \right) \quad (3.59)$$

onde a componente H_y está relacionada à densidade de corrente na direção (z).

3.6 - Conclusão

Foi apresentado neste capítulo o desenvolvimento do método de condições de contorno de impedância para análise de microfita retangulares com estubes. Para as antenas analisadas, pode-se concluir que o efeito de *estubes longitudinais* em microfita retangulares não é satisfatório quando se deseja redução das dimensões. Este resultado não é o mesmo para a microfita retangular com *estubes laterais* (Fig. 2.5(c)), a qual será analisada no próximo capítulo, pois, para este caso, será mostrado que se pode reduzir em até 50% suas dimensões.