

# Capítulo 2

## FENÔMENOS DE PROPAGAÇÃO

### 2.1 – Introdução

Neste capítulo, os conceitos necessários de modelagem de propagação de onda utilizando raios ópticos são apresentados. Os conceitos e deduções da propagação de campo são vistos partir do conceito de campo (seção 2.2) seguido do conceito de óptica geométrica (GO) e modelamento de propagação de onda incidente e refletida (seção 2.3). Fenômenos eletromagnéticos como absorção atmosférica (seção 2.4), espalhamento estocástico em superfícies rugosas (seção 2.5) e difração em bordas de ângulo reto (seção 2.6) são explanados de forma a se entender a variação do campo dentro do ambiente. Busca-se explorar os conceitos de propagação de onda esférica incidindo em superfícies planas devido o formato retangular do guia de onda. Finalmente, o conceito de espalhamento temporal de potência do sinal transmitido no receptor do sistema é apresentado (seção 2.7).

### 2.2 – Campo de Raio Incidente

Para um meio isotrópico, homogêneo e considerando uma fonte pontual irradiante com densidade de corrente  $\vec{J}$ , obtém-se a seguinte equação de onda [6] em um ponto de observação distante da fonte:

$$\nabla^2 \vec{A}(\vec{r}) + k^2 \vec{A}(\vec{r}) = -\frac{1}{c^2} \vec{J}(\vec{r}) \quad (2.1)$$

Na equação (2.1), o potencial vetor  $\vec{A}$  complexo é um vetor arbitrário e está relacionado com o vetor campo magnético  $\vec{H}$  e com a densidade de fluxo magnético  $\vec{B}$  da seguinte forma:

$$\vec{B} = \underline{\hspace{10em}} \quad \vec{H} = \nabla \times \vec{A} \quad (2.2)$$

A barra inferior denota valores complexos e um vetor é representado pela seta. A permeabilidade complexa é dada por:

$$\underline{\hspace{10em}} = \underline{\hspace{10em}} \quad (2.3)$$

na qual,  $\underline{\hspace{10em}}_r$  é a permeabilidade relativa complexa,

$$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$$

H/m é a permeabilidade no vácuo, e  $\tan \delta_m$  é a tangente de perda elétrica efetiva do meio. O número de onda complexo  $\underline{k}$  é dado por:

$$\underline{k} = \frac{2\pi}{\lambda_0} \sqrt{\underline{\hspace{10em}}} \quad (2.4)$$

$k_0$  denota o número de onda no vácuo e  $\underline{\hspace{10em}}_r$  é a permissividade relativa complexa [6] dada por.

$$\underline{\hspace{10em}}_r = \underline{\hspace{10em}} \quad (2.5)$$

Nessa equação,  $\lambda_0 = c_0 / f$  representa o comprimento de onda no vácuo,  $c_0 = 2.998 \times 10^8$  m/s é a velocidade da luz no vácuo, e  $f$  é a frequência em Hz. Em (2.5) \_\_\_\_\_ é a permissividade complexa,

$\epsilon_r$  é a permissividade relativa do meio,

$\epsilon_e$  é sua condutividade equivalente,

$\epsilon_0 = 8,854 \times 10^{12}$  As/Vm é a permissividade do vácuo,

e  $\tan \delta_e$  é a tangente de perda elétrica efetiva do meio.

Considerando  $J = 0$ , a equação de onda (2.1) se reduz a:

$$\nabla^2 \vec{A}(\vec{r}) + k^2 \vec{A}(\vec{r}) = 0 \quad (2.6)$$

O potencial vetor  $A$  não é função da direção ( $\theta$  e  $\phi$ ) em sistemas de coordenadas esféricas,  $A$  é função apenas da distância radial  $\sigma$ . Desta forma, (2.6) pode ser escrito como:

$$\nabla^2 \vec{A}(\sigma) + k^2 \vec{A}(\sigma) = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left[ r^2 \frac{\partial \vec{A}(\sigma)}{\partial r} \right] + k^2 \vec{A}(\sigma) = 0 \quad (2.7)$$

Expandindo (2.7), reduz-se a equação de onda para:

$$\frac{d^2 \vec{A}(\sigma)}{d\sigma^2} + \frac{2}{\sigma} \frac{d\vec{A}(\sigma)}{d\sigma} + k^2 \vec{A}(\sigma) = 0 \quad (2.8)$$

A equação diferencial (2.8) possui duas soluções independentes:

$$A_1 = C_1 \frac{e^{-jk}}{r}, e \quad (2.9a)$$

$$A_2 = C_2 \frac{e^{+jk}}{r}. \quad (2.9b)$$

As exponenciais nas equações acima representam as variações harmônicas de tempo do campo eletromagnético. A equação (2.9a) está relacionada com a onda viajante no sentido de afastamento radial da fonte, enquanto que (2.9b) no sentido de aproximação. Neste estudo, padroniza-se o tipo de onda viajante da equação (2.9a).

No caso estático, onde  $\omega = 0$  e  $k = 0$ , (2.9a) é simplificado como:

$$A_1 = \frac{C_1}{r}, \quad (2.10)$$

que é solução para a equação (2.6) quando  $k = 0$ .

Comparando as equações (2.9a) e (2.9b), verifica-se que a estaticidade da onda ou não é apenas diferenciada pelo fator  $e^{-jk}$ . Desta forma, uma solução com variação temporal pode ser encontrado pela simples multiplicação da solução estática por este fator.

Na presença da fonte ( $J \neq 0$ ) e com  $k = 0$ , a equação de onda de (2.1) se reduz a:

$$\nabla^2 \vec{A}(\vec{r}) = -\frac{\mu_0 J(\vec{r})}{c^2} \quad (2.11)$$

Esta equação é conhecida como equação de Poisson e sua solução estática é bastante referenciada na literatura e pode ser satisfeita por [6]:

$$\vec{A}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \iiint_V \frac{\vec{J}(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|} dv' \quad (2.12)$$

e desta forma, a equação (2.1) com variações harmônicas temporais tem solução com:

$$\vec{A}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \iiint_V \frac{\vec{J}(\vec{r}') e^{-jk_0 |\vec{r} - \vec{r}'|}}{|\vec{r} - \vec{r}'|} dv' \quad (2.13)$$

A integral volumétrica da densidade de corrente fornece o potencial vetor  $\vec{A}$  no ponto de observação a uma distância  $\sigma$  da fonte pontual. É incidido neste ponto de observação ondas esféricas que podem ser representadas por campos do tipo TEM (onda eletromagnética transversa) em função do potencial vetor  $\vec{A}$ . Os campos magnéticos  $\vec{H}$  podem ser representados por:

$$\vec{H}(\vec{r}) = \frac{1}{\mu_0} \nabla \times \vec{A}(\vec{r}) \quad (2.14)$$

e os campos elétricos  $\vec{E}$  por:

$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{1}{j\omega\epsilon_0} \nabla \times \vec{H}(\vec{r}) \quad (2.15)$$

ou por

$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_V \frac{\vec{J}(\vec{r}') e^{-jk_0 R}}{R^2} dV' \quad (2.16)$$

Considerando a fonte uma antena de ganho  $G_t$  e potência de entrada  $P_t$ , e no ponto de observação, distante  $R$  da antena transmissora, as ondas esféricas são captadas por uma antena de ganho  $G_r$ , [7] fornece uma solução aproximada para a equação (2.16) dada por:

$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{E_0 e^{+j\phi_0(0)} e^{-jk_0 R}}{4\pi R^2} \quad (2.17)$$

na qual  $\phi_0(0)$  é a fase do campo em

$$\phi_0(0) = 0, \text{ e} \quad E_0 = \sqrt{2 P_t G_t G_r Z_0} \quad (2.18)$$

A impedância de onda  $Z_0$  (também chamado de impedância característica no espaço livre) é dada por:

$$Z_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} \approx 120 \pi \Omega \quad (2.19)$$

Na seção 2.3, o modelamento de propagação utilizando a óptica geométrica envolvendo raios LoS e refletidos é apresentado.

## 2.3 – Óptica Geométrica e Modelamento de Propagação de Onda

Óptica Geométrica (GO) é um método aproximado em alta frequência para determinação da propagação de onda para campos incidentes, refletidos e refratados. Devido a utilização de conceitos de raio, o método também é chamado de raios ópticos (OR) [6], [8]. Logicamente que os efeitos da refração serão desconsiderados neste trabalho, já que apenas a propagação em um meio (o guia de onda) é analisado.

Se o meio for homogêneo (como o ar de uma cidade), as trajetórias de raio são linhas retas, perpendiculares às frentes de onda. Considerando também, ondas TEM e um meio sem perdas, tem-se que o campo elétrico incidente em um ponto de observação, distante  $\sigma$  da fonte, pode ser descrito por:

$$E(\sigma) = E_0 e^{+j k_0 \sigma} \frac{e^{-j k_0 \sigma}}{4} \quad (2.17)$$

Dentro do ambiente deste modelo, no entanto, este campo incidente interage com outros campos que contribuem na soma da energia total no receptor ou ponto de observação. O principal objetivo da modelagem de propagação de onda utilizando raios ópticos é determinar todos os raios relevantes que alcançam o ponto de observação.

Na seção 2.3.1 será analisada uma outra classe de extrema importância nos estudos da óptica geométrica, principalmente para a estrutura de canal apresentada neste modelo: a reflexão especular de raios em superfícies lisas e planas.

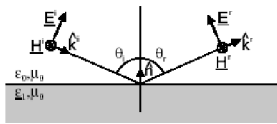
### 2.3.1 – Reflexão em Superfícies Lisas e Planas

A reflexão é, obviamente, um dos mecanismos dominantes de propagação em uma rua urbana cercada de prédios. Uma solução geral para o campo deve satisfazer tanto as equações

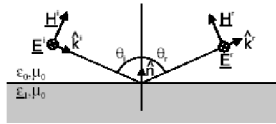
de Maxwell quanto as condições de contorno. Para o caso especial de dois meios infinitos e homogêneos separados por uma superfície plana, a solução é dada pelos coeficientes de reflexão e transmissão de Fresnel. Para o modelo apresentado, apenas a porção de energia refletida pelas paredes possui uma real importância, desde que seja assumido que a energia transmitida será completamente absorvida pelos prédios. A dedução dos coeficientes de Fresnel é encontrada em qualquer livro de teoria de campo eletromagnético [6],[9].

No guia de onda estudado, as reflexões ocorrem nas paredes e no chão e o meio de incidência nas superfícies é o ar. Então, o problema original com dois meios arbitrários pode ser reduzido ao caso especial, no qual, uma superfície qualquer separa o meio vácuo (ou ar) e um material não magnético  $\left( \mu_{r,1} = 1 \right)$  com permissividade complexa relativa  $\epsilon_{r,1}$ . A onda incidente pode ser decomposta em duas polarizações ortogonais que são tratadas separadamente. O campo total é então dado pela soma vetorial das duas componentes. A Figura 2.1 apresenta a convenção utilizada para esta decomposição: o campo elétrico perpendicular ao plano de incidência, e paralelo à superfície, é referido como polarização perpendicular (ou horizontal), (índice:  $\perp$ ); enquanto que o campo elétrico paralelo ao plano de incidência, e ortogonal à superfície refletora, é referido como polarização paralela (ou vertical), (índice  $\parallel$ ). O plano de incidência contém o vetor normal da superfície entre os dois meios  $\hat{n}$ , e o vetor unitário na direção de incidência da onda  $\hat{k}^i$ . Os índices  $i$  e  $r$  referem-se às ocorrências de incidências e reflexão respectivamente.





(a) Polarização Paralela



(b) Polarização Perpendicular

Figura 2.1 – Reflexão de uma onda incidente em uma superfície lisa que separa os meios ar com  $\epsilon_{r,0} = 1$  e  $\mu_{r,0} = 1$ , e um material dielétrico de extensão infinita com  $\epsilon_{r,1}$  e  $\mu_{r,1} = 1$ .

Os ângulos de incidência  $\theta_i$  e de reflexão  $\theta_r$  são determinados de acordo com a lei de reflexão de Snell:

$$\theta_r = \theta_i = \arccos \left[ \cos \left( -\hat{k}^i \cdot \hat{n} \right) \right] = \arccos \left[ \cos \left( \hat{k}^r \cdot \hat{n} \right) \right]. \quad (2.20)$$

Os coeficientes de reflexão  $R_{||, \perp}^i$ , relacionam os campos incidentes e refletidos de acordo com:

$$\begin{aligned} R_{||, \perp}^r &= \frac{H_{||, \perp}^r}{H_{||, \perp}^i}, \\ R_{||, \perp}^E &= \frac{E_{||, \perp}^r}{E_{||, \perp}^i}, \\ R_{||, \perp}^H &= \frac{H_{||, \perp}^r}{H_{||, \perp}^i}, \\ R_{||, \perp}^E &= \frac{E_{||, \perp}^r}{E_{||, \perp}^i} \end{aligned} \quad (2.21)$$

e são dados por:

$$R_{||, \perp}^E = \frac{1 - \frac{\epsilon_{r,1}}{\epsilon_{r,0}} \cos^2 \theta_i}{1 + \frac{\epsilon_{r,1}}{\epsilon_{r,0}} \cos^2 \theta_i} \quad (2.22)$$

$$R_{\parallel} = \frac{\cos \theta_i - \cos \theta_t}{\cos \theta_i + \cos \theta_t} = \frac{1 - \sqrt{1 - \sin^2 \theta_t}}{1 + \sqrt{1 - \sin^2 \theta_t}} \quad (2.23)$$

No capítulo 3, os campos e intensidades de campo serão expressos em função, dentre outros parâmetros, da estrutura geométrica do guia de onda. Da mesma forma, os coeficientes de reflexão, expressos pelas equações (2.22) e (2.23), também podem ser expressos em função desta estrutura geométrica. Para uma polarização vertical, tomando como referência a superfície refletora tem-se:

$$R_{\perp} = \frac{\sin \theta_i - \sin \theta_t}{\sin \theta_i + \sin \theta_t} = \frac{1 - \sqrt{1 - \cos^2 \theta_t}}{1 + \sqrt{1 - \cos^2 \theta_t}} \quad (2.24)$$

$\theta_m$  é o ângulo entre o raio incidente e a superfície refletora e  $m$  é a contagem de raios que alcançam o receptor numa rota de percurso dentro do guia de onda. O índice  $m$  está diretamente relacionada com o número de reflexões de raio.

Sendo

$$\Gamma_r = \frac{Z_r - Z_0}{Z_r + Z_0} = \frac{r - j}{r + j} \quad (2.25)$$

, (2.24) pode ser rescrito como:

$$R_{\perp} = \frac{\sin \theta_i - \sin \theta_t}{\sin \theta_i + \sin \theta_t} = \frac{1 - \sqrt{1 - \cos^2 \theta_t}}{1 + \sqrt{1 - \cos^2 \theta_t}} \quad (2.25)$$

na qual,

$$\sin \theta_m = \frac{mh}{\sqrt{z^2 + (mh)^2}}; \quad \cos \theta_m = \frac{z}{\sqrt{z^2 + (mh)^2}} \quad (2.26)$$

A variável  $z$  é o alcance do campo ou a distância (paralela a rua) entre as antenas, e  $h$  é a largura da rua.

Substituindo (2.26) em (2.25), tem-se:

$$R_{\parallel}(m) = \frac{e^{-j\pi/4} \left[ \frac{mh - \sqrt{z^2 + (mh)^2}}{mh + \sqrt{z^2 + (mh)^2}} \right]^{m^2 h^2 - z^2 - j} \left[ \frac{mh - \sqrt{z^2 + (mh)^2}}{mh + \sqrt{z^2 + (mh)^2}} \right]^{m^2 h^2 - z^2 - j}}{e^{-j\pi/4} \left[ \frac{mh - \sqrt{z^2 + (mh)^2}}{mh + \sqrt{z^2 + (mh)^2}} \right]^{m^2 h^2 - z^2 - j} \left[ \frac{mh - \sqrt{z^2 + (mh)^2}}{mh + \sqrt{z^2 + (mh)^2}} \right]^{m^2 h^2 - z^2 - j}} \quad (2.27)$$

As porções imaginárias não passam de 0,1 % do valor total dentro das raízes devido a presença de  $j$  e, portanto, podem ser desprezadas.

Desta forma:

$$R_{\parallel}(m) = \frac{e^{-j\pi/4} \left[ \frac{mh - \sqrt{z^2 + (mh)^2}}{mh + \sqrt{z^2 + (mh)^2}} \right]^{m^2 h^2 - z^2} \left[ \frac{mh - \sqrt{z^2 + (mh)^2}}{mh + \sqrt{z^2 + (mh)^2}} \right]^{m^2 h^2 - z^2}}{e^{-j\pi/4} \left[ \frac{mh - \sqrt{z^2 + (mh)^2}}{mh + \sqrt{z^2 + (mh)^2}} \right]^{m^2 h^2 - z^2} \left[ \frac{mh - \sqrt{z^2 + (mh)^2}}{mh + \sqrt{z^2 + (mh)^2}} \right]^{m^2 h^2 - z^2}} \quad (2.28)$$

Afim de apresentar o coeficiente de reflexão com a característica de inversão fasorial do campo incidente, calcula-se o módulo da equação complexa (2.28) e multiplica-se o resultado por  $-1$ , para caracterizar a inversão de fase:

$$R_{\parallel}(t) = -R_{\parallel}(m) = -\sqrt{\frac{t^2 - 2t}{t^2 + 2t} \frac{\sqrt{t^2 + 2t}}{t^2 + 2t}} \quad (2.29)$$

na qual introduz-se as seguintes notações:

$$= \frac{1}{t} \frac{1}{t} \frac{1}{t} = \frac{1}{t} \frac{1}{t} \frac{1}{t} \quad (2.30)$$

Para polarização horizontal tem-se:

$$R_{\perp}(m) = \frac{\sin \theta}{\sin \theta} \frac{\sqrt{1 - \cos^2 \theta}}{\sqrt{1 - \cos^2 \theta}} \quad (2.31)$$

e substituindo (2.26) em (2.31), obtém-se:

$$R_{\perp}(m) = \frac{\frac{mh}{\sqrt{z^2 + (mh)^2}} - \sqrt{\frac{z^2}{z^2 + (mh)^2}}}{\frac{mh}{\sqrt{z^2 + (mh)^2}} + \sqrt{\frac{z^2}{z^2 + (mh)^2}}} \quad (2.32)$$

Desprezando as porções imaginárias dentro das raízes e rearranjando a equação, encontra-se:

$$R_{\perp}(m) = \frac{mh - \sqrt{z^2 + m^2 h^2}}{mh + \sqrt{z^2 + m^2 h^2}} \quad (2.33)$$

e,

dividindo o numerador e o denominador por  $z$ , obtém-se:

$$R_c(m) = \frac{\frac{mh}{z} - \frac{1}{z} \sqrt{\frac{mh}{z} + \frac{1}{z} \sqrt{\frac{mh}{z} - 1}}}{\frac{mh}{z} + \frac{1}{z} \sqrt{\frac{mh}{z} + \frac{1}{z} \sqrt{\frac{mh}{z} - 1}}}. \quad (2.34)$$

Sendo a equação (2.34) real e negativa, a característica de inversão de fase já é garantida. Incluindo na equação os termos  $t e$ , tem-se o seguinte coeficiente de reflexão para uma polarização horizontal ou perpendicular:

$$R_{\check{c}}(t) = \frac{-t+1/z\sqrt{\phantom{t}+t^2}}{t+1/z\sqrt{\phantom{t}+t^2}} \quad (2.35)$$

Analisando (2.35), para casos que ocorrem mais de uma reflexão pode-se aproximá-la por [10]:

$$R_i(t) \approx -1 \quad . \quad (2.36)$$

Como já mencionado anteriormente, o guia de onda modelado possui superfícies refletoras apenas nas paredes laterais e no chão. É importante atentar para o detalhe de que uma onda com polarização paralela em relação às paredes laterais, possui uma polarização ortogonal em relação à superfície inferior do guia e vice-versa. Desta forma, para a equação de todos os campos refletidos é necessário dispor de ambos os coeficientes de reflexão para a devida apuração dos campos no ponto de observação.

O campo no ponto de observação após sofrer uma reflexão num ponto  $Q_r$  pode ser obtido por:

$$\vec{E}^r(\vec{r}) = R \vec{E}^i(Q_r) . \quad (2.37)$$

Na equação (2.37),  $R$  é o coeficiente de reflexão complexo para polarização paralela ou ortogonal e  $\vec{E}^i(Q_r)$  é dada por (2.17). Inserindo a equação (2.17) em (2.37) tem-se:

$$\vec{E}^r(\vec{r}) = E_0 R e^{+j k_0 (0)} \frac{e^{-j k_0 r}}{4} \quad (2.38)$$

Na seção 2.4, será tratada a absorção atmosférica e a absorção na superfície superior do guia de onda dos campos eletromagnéticos que se propagam ao longo do guia de onda.

## 2.4 – Absorção

Em determinadas altas frequências, uma atenuação adicional das ondas eletromagnéticas na atmosfera pode ocorrer devido a absorção ocasionada pela ressonância de específicas moléculas gasosas. Os principais exemplos desta atenuação para frequências até 100 GHz são as auto-ressonâncias da água (H<sub>2</sub>O) em 22 GHz e do Oxigênio (O<sub>2</sub>) em 60 GHz [11], [12]. Estas absorções gasosas resultam em um decaimento exponencial da potência de campo com a distância. O campo pode ser expresso por [7]:

$$\left| \vec{E} \right| = \frac{E_0}{4} \quad (2.39)$$

na qual,  $\alpha$  denota o coeficiente de atenuação com unidade 1/m. Usualmente, a atenuação é dada em dB/Km. Em 60 GHz, a qual é uma frequência candidata a ser utilizada pelos futuros sistemas móveis de banda larga [13], a atenuação alcança um máximo de  $\alpha_{dB} \approx 15$  dB/km [12].

Outro fato concernente a absorção e de muita importância neste trabalho é a inexistência de superfície superior no guia de onda deste modelo. Diferentemente de um túnel de carros ou trens, uma rua urbana é basicamente cercada pelas laterais por prédios, e em nosso caso específico, também por árvores cuja a altura média de suas copas é superior as alturas das antenas transmissora e receptora. Desta forma, considera-se absorvente a superfície superior do guia de onda em questão, na qual, a maiorias dos raios incidentes nesta superfície irão ultrapassar o mesmo, parte será absorvida pela folhagem [14], e uma pequena parte de raios refletidos e difratados podem alcançar o receptor, mas com um nível de energia de campo muito menor daqueles refletidos e difratados nas superfícies laterais do guia devido as diferentes propriedades elétricas dos materiais.

## 2.5 – Espalhamento em Superfícies Rugosas

Para uma superfície infinita perfeitamente lisa, a energia total do raio é refletida na direção especular, dada pela lei da reflexão de Snell vista na seção anterior. Na realidade, porém, porções da energia são espalhadas em outras direções diferentes da especular devido a rugosidade da superfície. A energia é geralmente composta por duas componentes chamadas de coerente e não coerente [15]. A parte coerente é formada e definida pelo valor médio do campo espalhado, enquanto que a incoerente se caracteriza pelo desvio desta média. A

componente coerente se desvanece com o aumento da rugosidade da superfície. Este aumento, no entanto, torna a componente incoerente (ou difusa) mais significativa.

Para superfícies estatisticamente rugosas, que geralmente possuem uma distribuição arbitrária das alturas das descontinuidades da superfície, uma medida geométrica da rugosidade é dada pelo desvio padrão  $\sigma_h$  da altura da descontinuidade e por seu comprimento de correlação  $L_h$ , como mostrada na Figura 2.2. O primeiro é uma medida para as variações da altura das descontinuidades em relação ao seu valor médio, e o segundo é uma simples medida para a dependência estatística das alturas em dois diferentes pontos na superfície.



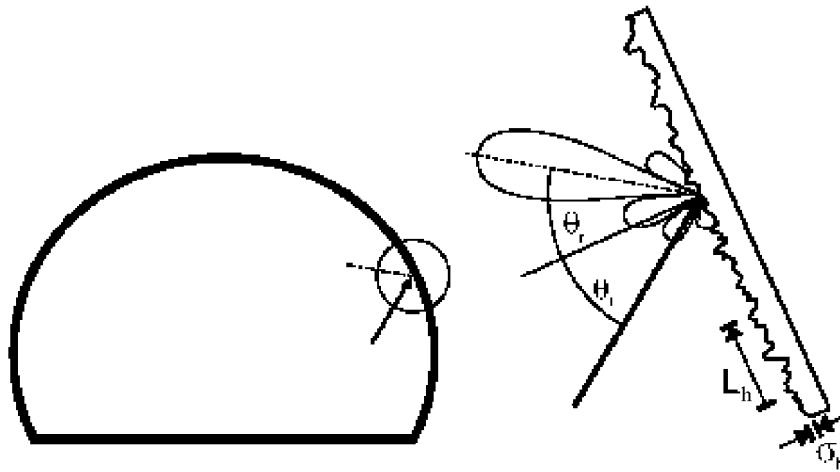


Figura 2.2 – Caracterização de uma superfície rugosa pelo desvio padrão  $\sigma_h$  da altura da descontinuidade e por seu comprimento de correlação  $L_h$ .

Um critério heurístico fortemente aceito para a rugosidade da superfície é dado pelo critério de Fraunhofer, o qual diz que, a superfície pode ser considerada lisa para [16]:

$$\sigma_h < \frac{\lambda}{32 \cos \theta_i} \quad (2.40)$$

Se a superfície possui apenas uma leve rugosidade  $\left( \sigma_h \ll \frac{\lambda}{32 \cos \theta_i} \right)$ , a componente difusa pode ser desprezada e o espalhamento da componente coerente pode ser bem aproximado por uma reflexão. É muito comum se encontrar em túneis rodoviários e ferroviários uma estrutura interna das paredes bastante rugosa onde valores de  $\sigma_h$  são bem maiores que  $\frac{\lambda}{32 \cos \theta_i}$ .

Entretanto, para reflexões em prédios e no chão da rua modelada, pode-se considerar as superfícies quase lisas e o efeito da reflexão aceitável [19].

## 2.6 – Leis da Difração

Nos últimos vinte anos têm-se desenvolvidos alguns aperfeiçoamentos da ótica geométrica com respeito ao estudo de campos difratados em quinas e bordas de obstáculos. Suas bases consistem no fato de que a interação da energia eletromagnética com um corpo material é essencialmente um fenômeno localizado, contando que o corpo não seja muito pequeno, em termos de comprimento de onda. A difração em bordas de ângulo reto, mostrada na Figura 2.3, é um caso especial que se aplica a uma larga variedades de geometrias devido a natureza local dos campos difratados e será foco desta seção pela aplicabilidade em nosso modelo.

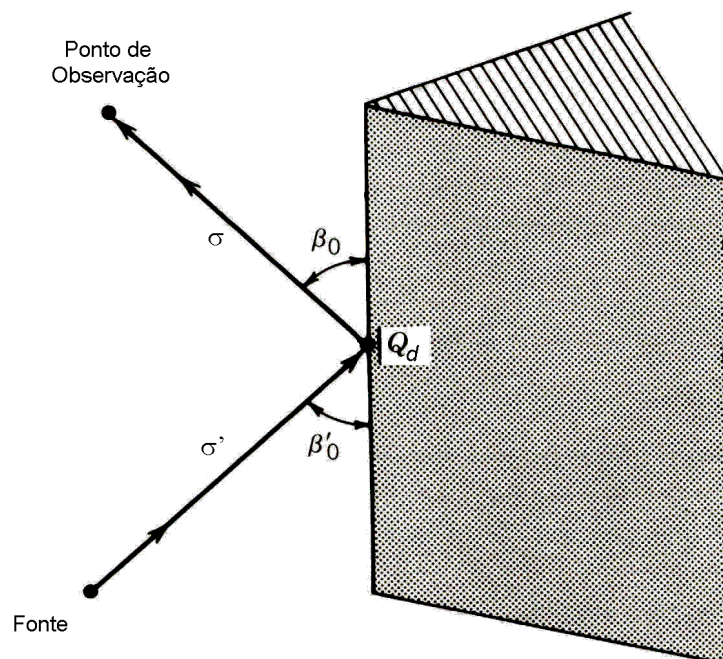


Figura 2.3 – Difração em obstáculo de borda reta vista no plano de elevação.

Afim de se examinar a forma com que os campos são difratados pelas bordas de ângulo reto, considera-se a borda da Figura 2.4 no ponto  $Q_d$ , no qual,  $\sigma'$ ,  $\sigma$ ,  $\phi'$  e  $\phi$  são, respectivamente, a distância entre a fonte e o obstáculo difrator, a distância entre o obstáculo e o ponto de observação, o ângulo de incidência e o ângulo entre o raio e plano de incidência após a difração vistas num plano superior. Começa-se assumindo que uma fonte é colocada próximo a esta borda condutora bidimensional com ângulo de abertura interna  $WA = (2 - n_r)$  radianos. O índice  $n_r$  é calculado a partir deste ângulo de abertura. Se observações forem feitas em um círculo de raio constante  $\sigma$  centrado em  $Q_d$ , é evidente que em adição ao raio direto (LoS), existem raios refletidos na superfície incidente que contribuem para a intensidade de campo no ponto  $P$ . Estes raios obedecem a lei de Snell da reflexão. Seria, então, apropriado incluir, a estas contribuições, os raios que percorrem a trajetória  $OQ_dP$ , que são aqueles que incidem na borda da superfície, obedecendo o princípio generalizado de Fermat [6]. Esta classe de raios é chamada de raios difratados e obedecem a lei da difração.

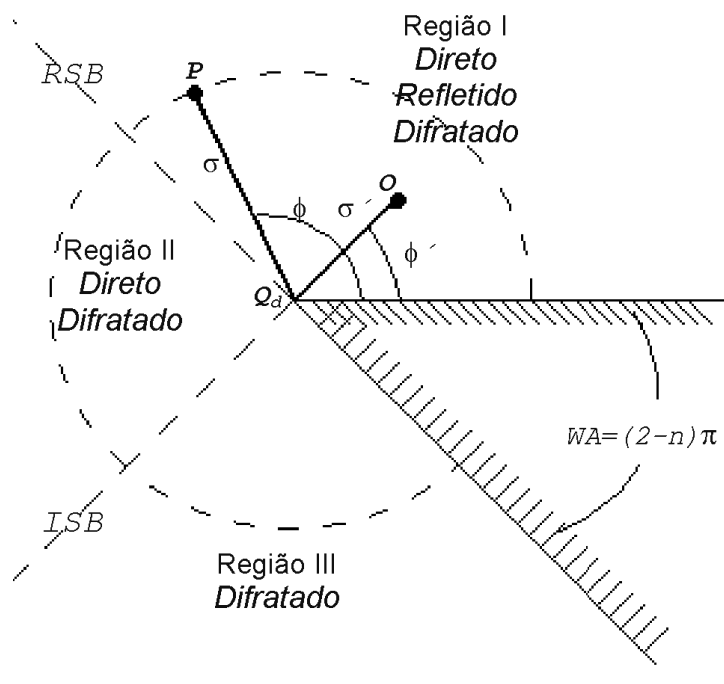


Figura 2.4 – Fonte pontual próxima a um obstáculo difrator vista no plano superior.

Analisando a Figura 2.4, pode-se separar o espaço ao redor da borda em três regiões diferentes de campo, obedecendo os mecanismos da óptica geométrica (LoS e reflexão) e da lei da difração, como mostrada na tabela 2.1:

Tabela 2.1 – Regiões de fronteira ao redor de uma borda reta difratora.

REGIÃO I	REGIÃO II	REGIÃO III
		
<i>LoS</i> <i>Refletido</i> <i>Difratado</i>	<i>LoS</i> <i>Difratado</i>	<i>Difratado</i>

Fica evidente a formação das fronteiras de sombra de reflexão (RSB) e de sombra de raio incidente (ISB), aonde existem descontinuidades de campo entre as regiões separadas por elas.

A Figura 2.5 mostra o plano de elevação de um obstáculo que possui uma borda reta. Esta figura é conhecida como cone de difração e delimita em  $\beta_0'$  o ângulo onde existe espalhamento de energia. Este espalhamento não é uniforme e depende do ângulo de incidência  $\phi'$  no plano superior [6].

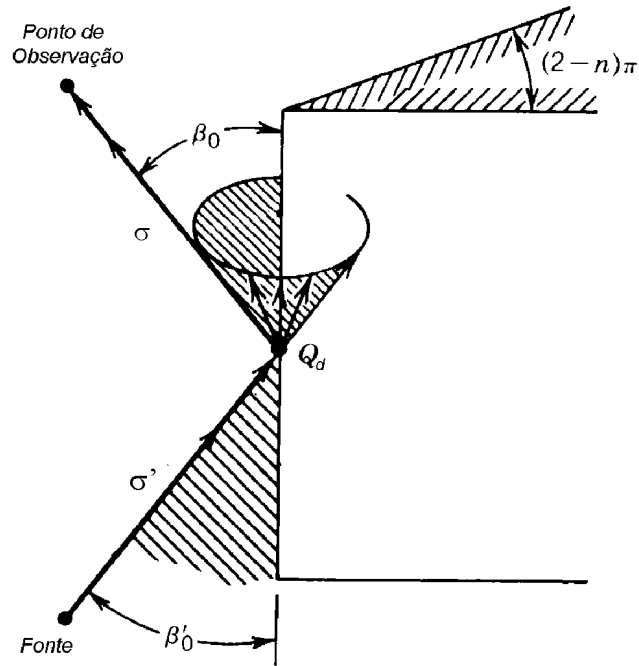


Figura 2.5 – Cone de difração vista no plano de elevação.

Segundo as afirmações de Fermat e Keller em [18], [19] e [20], o ângulo  $\beta'_0$  pode ser aproximado, em função do ângulo de incidência no plano de elevação, por:

$$\beta'_0 \approx \beta_0 \quad (2.41)$$

O campo elétrico de uma onda esférica no ponto de observação após sofrer difração em uma borda reta no ponto  $Q_d$  pode ser expresso por [20]:

$$\vec{E}^d(\vec{r}) = A(\vec{r}) \vec{E}^i(Q_d) e^{-jk_0 r} \quad (2.42)$$

Em (2.42),

$A(\vec{r})$  é o

fator de espalhamento que varia com as distâncias  $\sigma$  e  $\sigma'$  e é expresso, para ondas esféricas incidentes em bordas retas, por [6]:

$$A(\sigma, \sigma') = \sqrt{\frac{\sigma \sigma'}{\sigma + \sigma'}} \quad (2.43)$$

$\underline{D}$  é o coeficiente de difração complexo, usualmente um coeficiente diádigo, e podendo ser expresso pela equação de Keller [21] ou pela Teoria Uniforme da Difração (UTD) [22].

Também em (2.42),  $e^{-jk_0 \sigma}$  é o fator de fase após a difração, e

$\vec{E}^i(Q_d)$  é dada por (2.17). Inserindo a equação (2.17) em (2.41) tem-se:

$$\vec{E}^i(Q_d) = \frac{1}{4\pi} \int_{\Omega} \vec{E}^i(Q_s) \frac{e^{-jk_0 \sigma}}{\sigma} d\Omega \quad (2.44)$$

Considerando as faces do obstáculo difrator como sendo formadas por dois planos semi-infinitos se interceptando, tem-se que, os campos da fonte elétrica satisfazem as condições de contorno homogêneas de *Dirichlet* ( $\vec{E}=0$ ) em ambas as faces, e também são chamadas de polarizações *soft*. Por outro lado, os campos da fonte magnética satisfazem as condições de contorno homogêneas de *Neumann* ( $\partial \vec{E} / \partial n = 0$  ou  $\vec{H}=0$ ) em ambas as faces, e também são referidas como polarizações *hard*. Ambas as nomenclaturas são utilizadas para descrever os coeficientes de difração apresentados a seguir.

Analisando as direções dos campos incidentes nas bordas do obstáculo difrator, pode-se compará-las com as direções dos campos incidentes em superfícies refletoras e concluir que: para um campo incidente, a polarização *soft* está relacionada com a polarização

perpendicular ou horizontal e a polarização *hard* também pode ser comparada com a polarização paralela ou vertical.

As referências [20], [23] apresentam o método de *Pauli-Clemmow* modificado como um método bastante preciso para se obter os coeficientes de difração para polarizações *soft* e *hard*, dados por:

$$D_s \left( \begin{array}{c} \text{Diagram 1} \\ \text{Diagram 2} \end{array} \right) = - \frac{e^{-j}}{2n_r \sqrt{2k_0}} \quad (2.45)$$

e

$$D_h \left( \begin{array}{c} \vdots \\ \vdots \\ \vdots \end{array} \right) = - \frac{e^{-j}}{2n_r \sqrt{2k_0}} \quad (2.46)$$

Os índices  $s$  e  $h$  indicam se a polarização do campo é *soft* ou *hard*, respectivamente, e:

$$F \left( k_0 s^\pm \right) = 2j \sqrt{k_0 s^\pm} e^{+jk_0 s^\pm} \int_0^\infty \sqrt{k_0 s^\pm} e^{-j^2 d} \quad (2.47)$$

na qual,

$$s^\pm = \dots$$

, e:

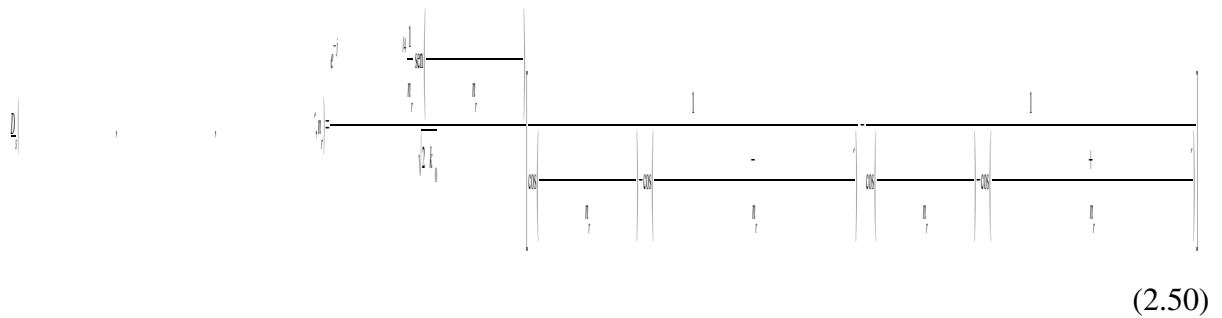
$$g^\pm \left( \dots \right) = 1 + \cos \left[ \dots - 2 n_r N^\pm \right] \quad (2.48)$$

e,  $2 n_r N^\pm$  pode ser encontrado por:



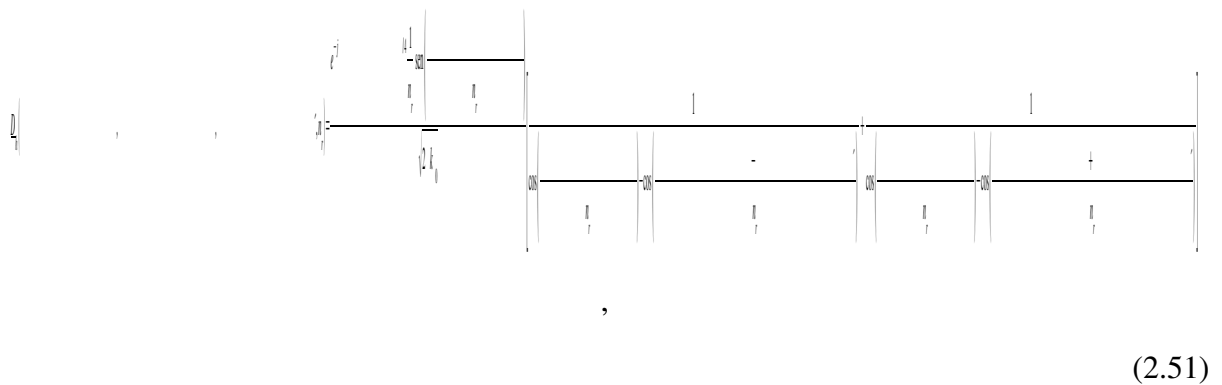
$$2 n_r N^{\pm} = \left( \frac{1}{\epsilon} \right)^{\pm} \quad (2.49)$$

Se observações forem feitas longe de cada uma das fronteiras de sombra de forma que  $k_0 g^{\pm} \gg 1$ , (2.44) e (2.45) se reduzem a equações mais simples. Desta forma, obtém-se para a polarização *soft*:



(2.50)

e para a polarização *hard*:



(2.51)

que são expressões com soluções muito mais rápida, mesmo para propósitos computacionais, e por isso é bastante utilizada.

É evidente que quando observações são feitas na fronteira de sombra de raio incidente (ISB, onde

$\epsilon = 0$ ), as equações (2.49) e (2.50) tendem ao infinito devido a  $\epsilon$  ser igual

a . Similarmente, na fronteira de sombra de raio refletido (RSB, onde

= - , o mesmo tende a ocorrer. As equações (2.49) e (2.50) são conhecidas como *Funções Difrativas de Keller* e possuem singularidades ao longo das fronteiras de sombra de raio incidente e raio refletido. As equações (2.44) e (2.45) são referidas como *Teoria Uniforme da Difração (UTD)* e também são bastante utilizadas principalmente quando há a necessidade de se obter resultados mais precisos nas regiões de fronteira.

Retirando a característica de fasorial dos coeficientes, tem-se:

$$D_{\parallel} = \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{1}{\pi} \ln \frac{2}{\sin \theta} \right) \quad (2.52)$$

e

$$D_{\perp} = \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{1}{\pi} \ln \frac{2}{\sin \theta} \right) \quad (2.53)$$

## 2.7 – Espalhamento temporal do atraso do sinal

Neste trabalho é feito um modelamento de uma rua cercada de prédios e troncos de árvores comparando-a com um guia de onda vazado por frestas espaçadas de forma eqüidistante. Desta forma, para campos emitidos de um transmissor em uma extremidade do guia, tem-se um canal de propagação que se caracteriza principalmente por campos que incidem diretamente no receptor, que se localiza na outra extremidade do guia de onda, campos que incidem após sofrerem no mínimo uma reflexão, e campos que são difratados antes alcançarem o receptor.

Em um canal onde a característica de confinamento é evidente, o número de raios refletidos, uma ou mais vezes, que realmente alcançam o receptor com razoável contribuição é bastante grande. Desta forma se faz necessário alcançar as características de dispersão temporal deste canal. O espalhamento temporal do atraso do sinal, ou atraso médio, traça o perfil do atraso de potência. O atraso médio apresenta a distribuição das contribuições de potência de todos os raios versos o tempo [24]:

$$A = \frac{\sum_{i=1}^N P_i}{\sum_{i=1}^N P_i} \quad (2.54)$$

O índice  $i$  representa cada raio e,  $t_i$  e  $P_i$  representam o tempo de chegada e a potência no receptor deste raio.

A raiz média quadrática (RMS) do espalhamento temporal é dada por:

$$RMS = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N t_i^2 P_i}{\sum_{i=1}^N P_i}} \quad (2.55)$$

A partir de  $\sigma_{RMS}$ , pode-se estimar a taxa máxima de recepção de dados suportada por um canal [24]:

$$R_{MAX} = \frac{1}{4 \sigma_{RMS}} \quad (2.56)$$

o qual, conclui-se que quanto menor for o espalhamento, maior será a taxa de recepção.

Após o estudo, neste capítulo, dos fenômenos eletromagnéticos e fatores que influenciam a distribuição dos campos ao longo do guia de onda, no próximo capítulo, é apresentada a modelagem da rua urbana como um guia de onda plano paralelo. São construídas as expressões coerentes e não coerentes da intensidade de campo, além de apresentar a distribuição determinística das fendas e anteparos ao longo do guia de onda.