

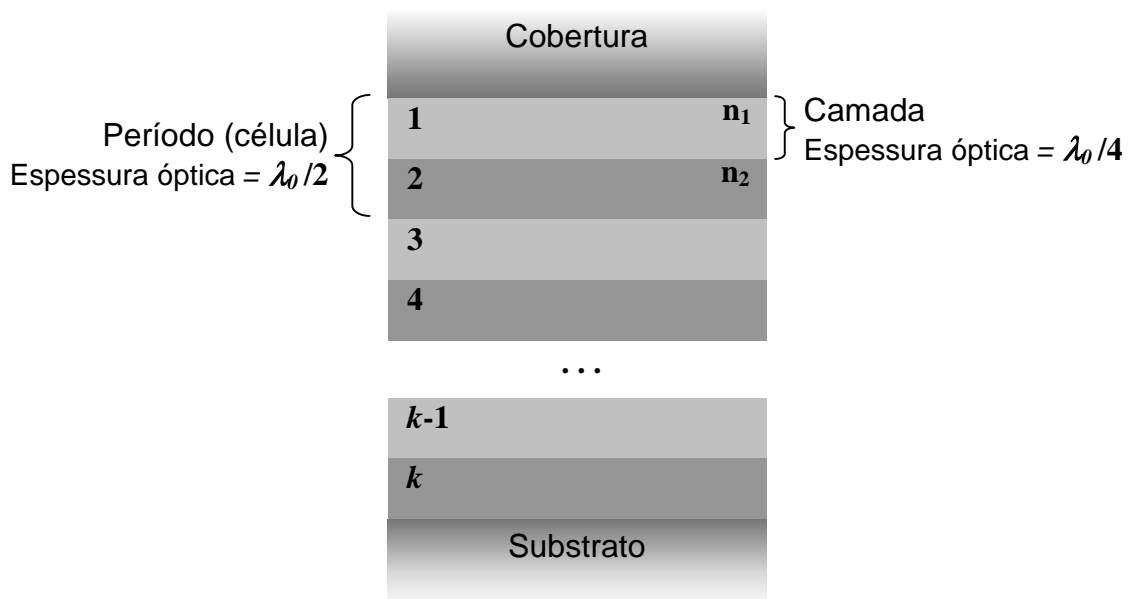
## 2. Análise do Comportamento de Grades de Difração

Este capítulo propõe estabelecer relações entre o comportamento dos valores de refletividade e transmissividade em função das propriedades das camadas e do seu número.

Através de grades simples baseadas em camadas de  $1/4$  de comprimento de onda, é possível explorar os mecanismos de controle de reflexão e da transmissão da estrutura, bem como introduzir certos conceitos presentes em estruturas compostas por cascadeamento ou sobreposição.

A sobreposição de grades permite compreender o comportamento espectral de filtros de filmes finos operando em múltiplos comprimentos de onda, bem como encontrar praticamente a estrutura de uma determinada grade que atenda a qualquer resposta espectral de refletividade ou transmissividade desejadas.

### 2.1. Grades Refletoras Simples

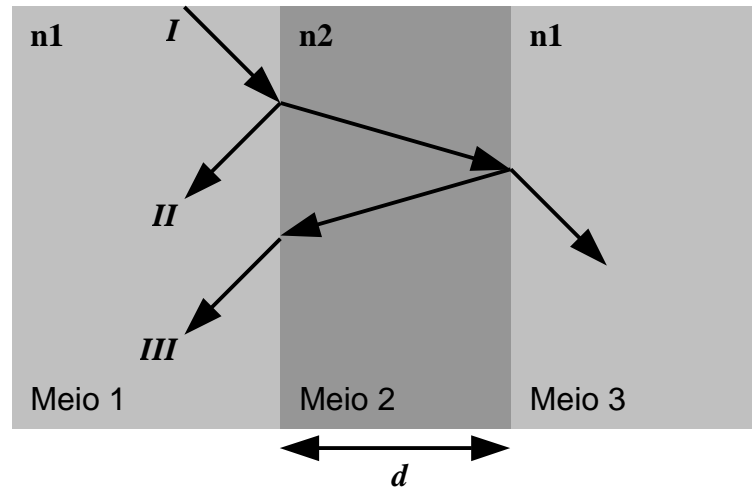


**Figura 2.1.** : Representação de uma grade refletora de dois índices de refração para operar apenas no comprimento de onda  $\lambda_0$

Uma grade refletora simples consiste em uma seqüência de camadas dielétricas dispostas de forma a gerar inúmeras interfaces refletoras consecutivas. A estrutura utiliza apenas dois materiais dielétricos alternados com espessuras ópticas de  $1/4$  do comprimento de onda de operação do refletor. Como mostrado na Fig. 2.1, estas estruturas podem ser entendidas como seqüências de períodos de  $1/2$  comprimento de onda ( $\lambda_0$  de operação), os quais também são chamados de células.

O comportamento espectral dessas estruturas consiste em um pico de máxima refletividade centrado sobre comprimento de onda de operação. Portanto, esse comportamento permite o emprego de tais grades em inúmeras aplicações como, por exemplo, filtros seletivos em dispositivos *add-drop*.

Para que uma grade possa operar como um refletor de alta eficiência para um comprimento de onda específico, é necessário satisfazer a condição de casamento de fase. Considere uma camada dielétrica de índice de refração  $n_2$  imersa em um meio de índice de refração  $n_1$ , como mostrado na Fig. 2.1.



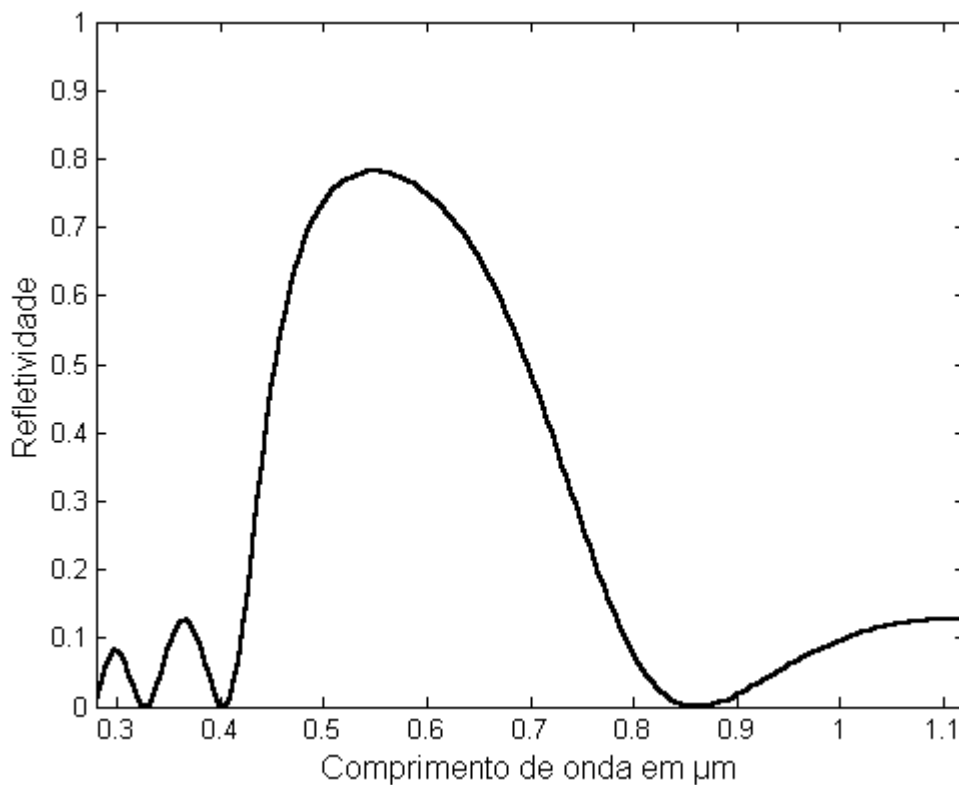
**Figura 2.2.** Diagrama de percursos ópticos usado para comparação entre as defasagens dos raios emergentes da camada de incidência.

A diferença de fase entre os raios **II** e **III** é de  $-e^{-j2\gamma d}$ , onde  $\gamma$  é a constante de fase e  $d$  é a espessura da camada (meio 2). A condição de máxima refletividade é definida para a combinação de valores de  $\gamma$  e  $d$ , para o qual a parte real do fator

de fase seja maximizado, ou seja, para  $-\cos(2\pi d) = 1$  [6]-[8]. Assim, a espessura  $d$  para uma incidência normal pode ser escrita como:

$$d = \frac{\lambda_0}{4n \cos(\theta)}, \quad (2.1)$$

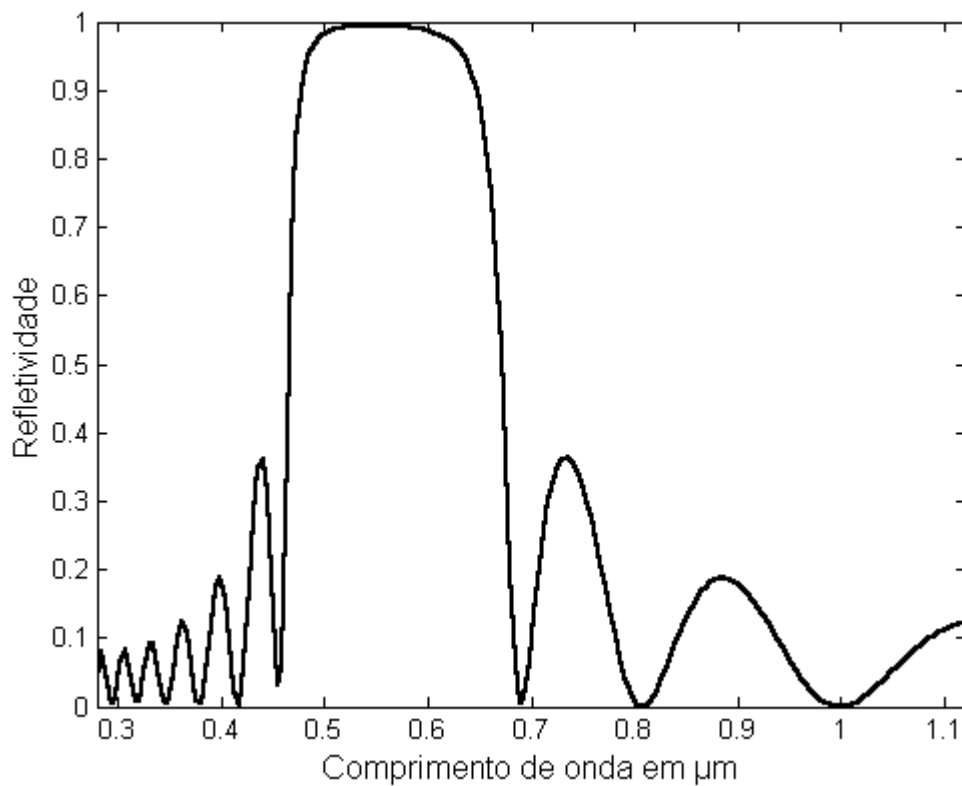
Onde  $\theta$  é o ângulo de incidência no meio em questão. A equação (2.1) prova que a espessura de cada camada da grade refletora deve ter 1/4 do comprimento de onda de operação na camada. Como exemplo, a Fig. 2.3 mostra o espectro de refletividade de uma grade de 3 pares de camadas de índices de refração 1.0582 e 1.6847, para projeto de um filtro operando em  $0.55 \mu\text{m}$ , ou seja, com espessuras de  $0.1299$  e  $0.0816 \mu\text{m}$  respectivamente. O material do substrato e da cobertura é o Ar; a incidência da onda é normal:



**Figura 2.3.** Curva de refletividade para 3 pares de camadas de índices 1.0582 e 1.6847 de espessuras de  $0.55/4 \mu\text{m}$ . O valor da refletividade sobre  $0.55 \mu\text{m}$  é superior a 0.7.

Percebe-se que embora o pico de máxima refletividade esteja realmente centrado sobre o comprimento de onda  $0.55 \mu\text{m}$ , o valor de refletividade nesse ponto não pode ser previsto. Para se elevar ou reduzir a refletividade no comprimento de

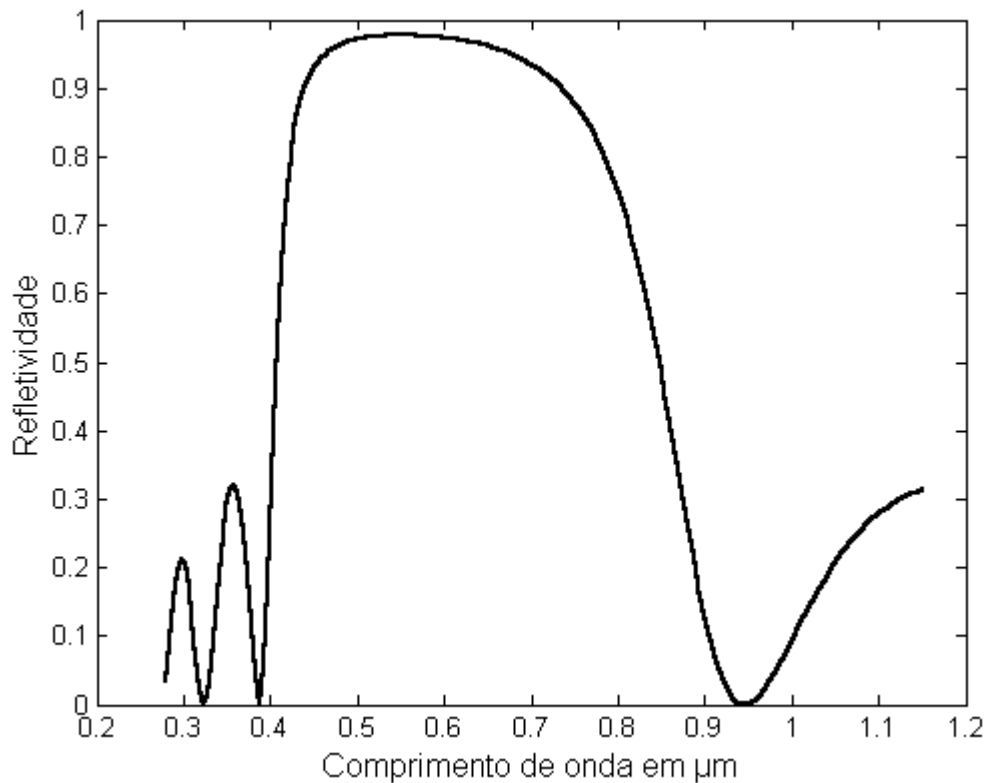
onda especificado, é necessário aumentar ou reduzir o número de pares de camadas dos dois materiais utilizados. Esse comportamento pode ser explicado pelo aumento de componentes ópticas refletidas, como os ilustrados através da Fig. 2.1. Quanto mais pares de camadas dielétricas, maior a quantia de energia refletida pela grade e maior será a diferença entre o valor de refletividade sobre  $\lambda_0$  [6][7]. A Fig. 2.4, por exemplo, mostra uma estrutura composta com as mesmas características dielétricas e parâmetros que a estrutura da Fig. 2.3, porém constituída por 10 pares de camadas:



**Figura 2.4.** Curva de refletividade para 10 pares de camadas. O valor de refletividade sobre  $0.55\mu\text{m}$  é superior a 0.99.

A refletividade de pico de uma grade pode acompanhar a variação do números de células, porém não de uma forma linear. Além disso, a refletividade depende também dos materiais utilizados na grade, da cobertura e do substrato. Utilizando materiais diferentes é possível aumentar a refletividade de cada interface no interior da grade, o que possibilita grades de menor número de pares, mas de mesma refletividade [6][7]. Para ilustrar a influência da escolha dos materiais das

camadas no comportamento espectral da grade, a Fig. 2.5 mostra mais um exemplo de um refletor simples operando em  $0.55\text{ }\mu\text{m}$  com 3 pares de camadas de índices 1.0582 e 2.5. O substrato e a cobertura são os mesmos dos exemplos anteriores:



**Figura 2.5.** Curva de refletividade para 3 pares de camadas de índice 1.0582 e 2.5. O valor de refletividade sobre  $0.55\mu\text{m}$  é de 0.9773.

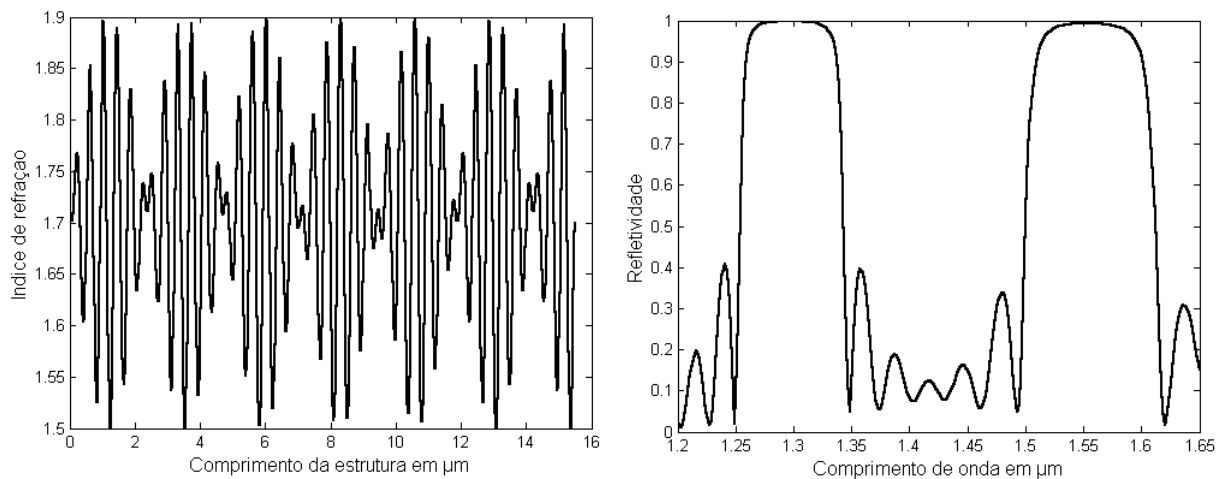
Percebe-se claramente que o exemplo da Fig. 2.5 possui um valor de refletividade para  $0.55\mu\text{m}$  maior do que o exemplo da Fig. 2.3. Além disso a Fig. 2.5 também revela que o aumento da diferença entre os índices de refração utilizados nos pares implica também no aumento da largura de banda do pico de máxima refletividade.

## 2.2. Grades Refletoras Compostas por Sobreposição

Como visto na seção anterior, uma grade simples refletirá ao máximo todos os comprimentos de onda próximos de  $\lambda_0$  devido à satisfação da condição de igualdade de fases dos raios refletidos no ponto de primeira interface da estrutura.

Se as interfaces de reflexão forem entendidas como descontinuidades dielétricas, significa que basta que a distância óptica entre tais descontinuidades refletoras consecutivas sejam de  $1/4$  de  $\lambda_0$ . Logo, qualquer formato de perfil de índice de refração de período de comprimento igual a  $1/2$  de  $\lambda_0$  poderá se comportar de forma similar a uma grade simples, apresentando respostas espectrais compatíveis.

Dessa forma é possível projetar perfeitamente uma grade cujo perfil obedeça uma função como o seno ou o coseno. Porém a simplicidade dessas funções possibilita o estudo do que ocorre ao se somar dois perfis de períodos diferentes: se a condição de fase para a máxima refletividade depende da periodicidade do perfil dielétrico, então a soma de dois perfis de períodos diferentes resultará em uma grade capaz de gerar dois picos de refletividade [9].



**Figura 2.6.** Resposta espectral da refletividade de uma estrutura de perfil descrita por uma soma de duas curvas senoidais de períodos  $1.3/2\mu\text{m}$  e  $1.55/2\mu\text{m}$  de comprimento. Este arranjo é capaz de gerar 2 picos de máxima refletividade centrados respectivamente em 1.3 e  $1.55\mu\text{m}$ .

A Fig. 2.6 mostra um exemplo de uma grade cujo perfil resulta da soma de duas senóides de períodos iguais a metade de 1.3  $\mu\text{m}$  e 1.55  $\mu\text{m}$  respectivamente. O “batimento” no perfil da grade caracteriza a soma das extensões periódicas dos perfis de índice. A mesma figura também mostra que a estrutura sobreposta gera 2 picos de máxima refletividade, cada um referente a uma periodicidade em particular do perfil. Deste modo, para adicionar mais picos de máxima reflexão basta simplesmente sobrepor mais “senóides” sobre o perfil de índice refração da estrutura.

Para dar continuidade nesta associação entre um comportamento do perfil de índices e uma resposta espectral de refletividade, o índice de refração característico de uma grade pode ser representado matematicamente da seguinte forma:

$$n(z) = A_0 + \sum_{i=1}^k A_i \cdot \cos\left(\frac{4 \cdot \pi \cdot z}{\lambda_i}\right), \text{ para } 0 \leq z \leq L. \quad (2.2)$$

Onde  $A_0$  é o valor médio de índice de refração,  $A_i$  é o valor de amplitude da  $i$ ésima harmônica,  $\lambda_i$  é o  $i$ ésimo comprimento de onda e  $L$  é o comprimento da estrutura. É interessante notar que cada harmônica possui um período de comprimento equivalente a  $\lambda_i/2$ , ou seja, o mesmo comprimento de uma célula de uma grade refletora simples de 1/4 de comprimento de onda.

A equação (2.2) descreve como o perfil de índices da estrutura deve variar em função da profundidade  $z$  (limitada ao intervalo  $[0, L]$ ) para que possa gerar uma resposta espectral em termos de refletividade dada por:

$$R(\lambda) = \sum_{i=1}^k f_i(A_i) \cdot \delta(\lambda - \lambda_i) \quad (2.3)$$

Ou seja,  $k$  picos centrados em  $\lambda_i$ , os quais são representados por funções impulso  $\delta$ . Isso não significa realmente que o comportamento espectral será de fato um rigoroso trem de impulsos; essa é apenas uma maneira de representá-los quanto as suas posições. A altura dos impulsos será justamente o alvo das otimizações. Um trem de impulsos juntos e com amplitudes definidas por uma função qualquer é uma razoável aproximação para exatamente essa mesma função, ou seja, uma forma de se criar filtros de praticamente qualquer resposta espectral de refletividade que se queira em uma larga faixa espectral. No caso (2.3) considera a dependência de cada amplitude dos picos à amplitude de cada senóide relacionada em (2.2) através de uma função  $f_i$  ignorada. Na verdade essa dependência é matematicamente complicada de se determinar. Mais fácil é aumentar e reduzir a amplitude de cada senóide em (2.2) de forma a buscar o valor mais adequado que possibilite a refletividade desejada no respectivo ponto do espectro (busca numérica).

Uma outra forma de se alterar as amplitudes dos picos no espectro de refletividade consiste em se alterar o comprimento individual de cada periodicidade

(harmônica) ou, no caso de (2.2), o comprimento de cada componente senoidal. Para tanto, (2.2) e (2.3) devem ser rescritas respectivamente como:

$$n(z) = A_0 + \sum_{i=1}^k A_i \cdot \cos\left(\frac{4 \cdot \pi \cdot z}{\lambda_i}\right) \cdot u(L_i - z), \text{ para } z \geq 0, \text{ e} \quad (2.4)$$

$$R(\lambda) = \sum_{i=1}^k f_i(L_i) \cdot \delta(\lambda - \lambda_i). \quad (2.5)$$

Onde o comprimento da *iésima* componente senoidal é dada por  $L_i$  e  $u$  é a função pulso unitário ( $u(x) = 1$ , para  $x \geq 0$ , e 0 caso contrário).

Cada valor de  $L_i$  é calculado de forma semelhante como em (2.2) para se obter o valor de  $A_i$ , pois a refletividade total da estrutura para cada senóide varia de forma proporcional (não linear) em relação ao comprimento  $L_i$ . A diferença entre as duas técnicas é que na primeira se fixa o tamanho total da estrutura, os valores dos índices serão calculados pelo método, o qual alterará as amplitudes das senóides até encontrar o ponto certo de forma a gerar a refletividade desejada; enquanto que a segunda técnica fixa o limite de variação dos índices, deixando livre os comprimentos individuais de cada senóide. Evidentemente valores máximos e mínimos de índices ou comprimentos podem ser estabelecidos de forma a assegurar que a estrutura seja realizável na prática, ou para que o processo de síntese não prossiga no momento em que a estrutura parar de convergir.

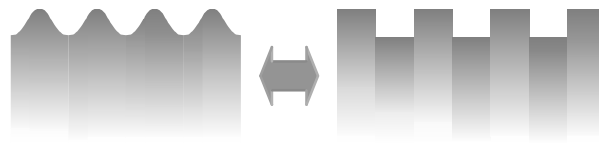
### 2.2.1 Determinação de um Perfil de Índices Discreto a Partir de um Perfil Contínuo

Estruturas de filmes finos geralmente empregam formas de fabricação baseadas na deposição de material sobre substratos. A tecnologia associada se encontra bem desenvolvida, de forma que o processo de produção atualmente é relativamente barato.

No entanto, como pode ser visto através de Fig. 2.6, o método de sobreposição apresentado pode gerar perfis dielétricos contínuos e graduais. A questão é como adaptar estes perfis a filosofia de filmes finos.

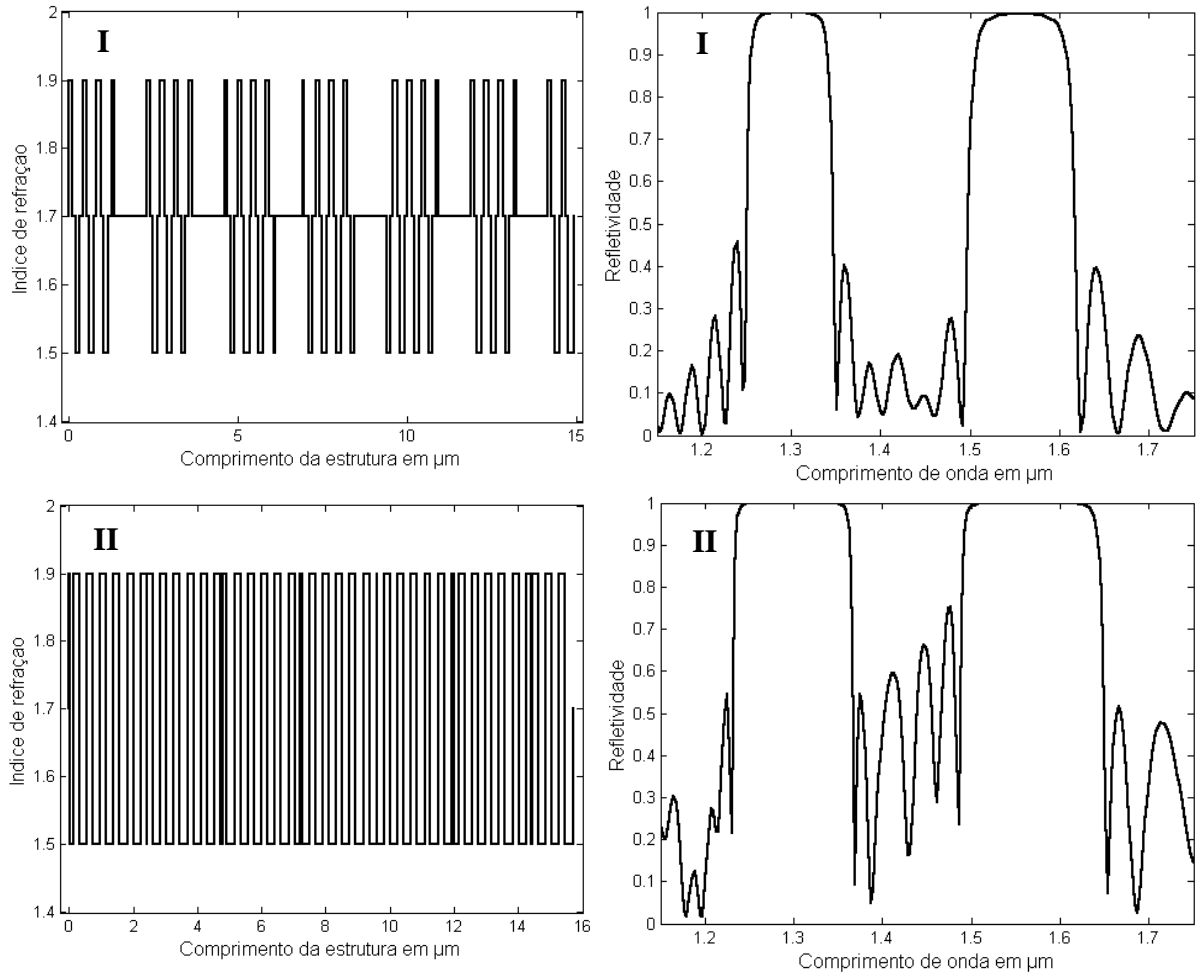


No entanto, é possível aproximar perfis dessa natureza de forma que se possa assumir apenas dois (ou poucos) valores fixos. Isso pode ser feito modelando os pontos da curva de perfil onde o módulo da derivada alcança os valores máximos como uma interface refletora, ou seja, uma junção entre duas camadas de índices diferentes. Para o caso de um perfil senoidal, a posição das interfaces será correspondente aos valores para os quais a função seno se anula. Os novos valores dos índices podem ser atribuídos de forma a acompanhar a curva de perfil original. Essa idéia é ilustrada através da Fig. 2.7:



**Figura 2.7.** Ilustração da idéia de perfis de índice periodicamente compatíveis.

A Fig. 2.8 mostra a equivalente da estrutura da Fig. 2.6 com índices de refração aproximados para três níveis iguais a 1.5, 1.9 e 1.7 em I e para dois níveis iguais a 1.5 e 1.7 em II; tanto para I como para II o substratos e a cobertura possui índice igual a 1.7. Os dois picos de máxima refletividade continuam nas mesmas posições como na Fig. 2.6. Isso prova que não é prejuízo algum projetar grades dielétricas através da composição de perfis periódicos senoidais, uma vez que é sempre possível aproximar perfis de índice graduais para perfils adaptados à filosofia dos filmes finos [8]. Evidentemente o alargamento dos picos no espectro devem ser compensados através da escolha dos novos índices de refração das camadas [6][7].



**Figura 2.8.** Exemplo de simulações de estruturas fruto da aproximação da estrutura da Fig. 2.5 para um perfil retangular de 3 níveis de índice de refração em **I** e apenas dois índices em **II**.

### 2.2.2 Projeto de Refletores de Bragg para Dois Comprimentos de Onda

Para grades refletoras operando em apenas dois comprimentos de onda, há uma forma mais simples de se aproximar o perfil gradual obtido através da sobreposição, como o mostrado na Fig. 2.6, para um perfil discreto de apenas dois valores de índice de refração

Trata-se basicamente de modelar o batimento mostrado na Fig. 2.5 através da inserção de uma camada adicional de  $1/4$  de comprimento de onda em uma grade refletora simples [6][7]. Os parâmetros a se calcular são o comprimento de onda no qual a grade refletora simples estará centrada e a posição de inserção da camada adicional. Para isso recorre-se à (2.2), rescrita especialmente para os dois picos de refletividade em questão:

$$n(z) = A_0 + A \left[ \cos\left(\frac{4\pi z}{\lambda_1}\right) + \cos\left(\frac{4\pi z}{\lambda_2}\right) \right] \quad (2.6)$$

Esta expressão pode ser rescrita como:

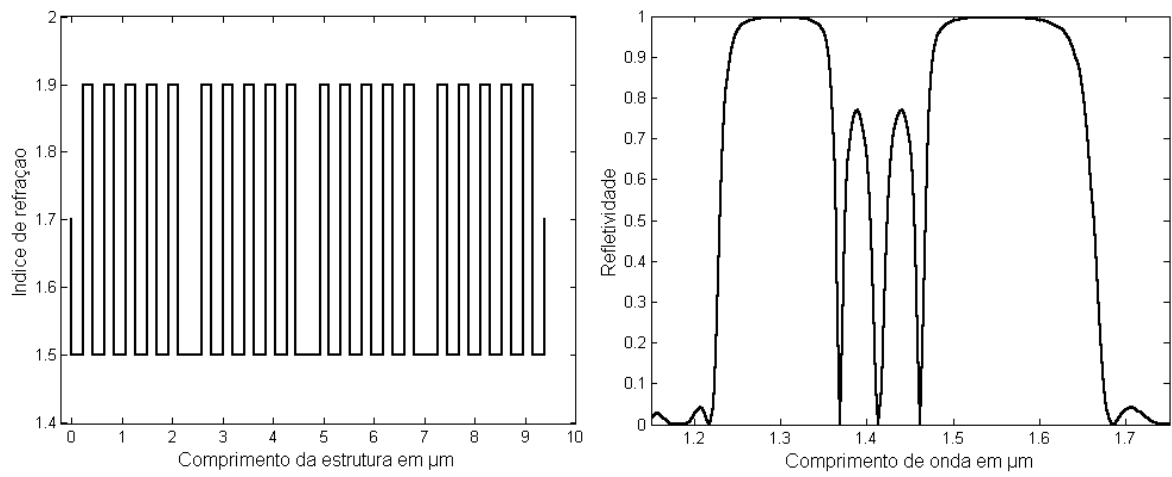
$$n(z) = A_0 + A \left[ 2 \cos\left(\frac{4\pi z}{\lambda_0}\right) \cos\left(\frac{4\pi z}{\Delta\lambda}\right) \right] \quad (2.7)$$

Onde:

$$\lambda_0 = \frac{2\lambda_1\lambda_2}{\lambda_1 + \lambda_2} \quad (2.8)$$

$$\Delta\lambda = \frac{2\lambda_1\lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1} \quad (2.9)$$

Ou seja, um perfil senóide modulado por outra senóide de frequência muito menor, o que é naturalmente visível no perfil da Fig. 2.5. O valor  $\lambda_0/2$  é o período da “portadora” e  $\Delta\lambda/2$  é o período do “sinal”. Assim todas as camadas da estrutura precisam ter espessuras equivalentes a  $\lambda_0/4$ . As camadas adicionais para modelagem dos batimentos precisam ser inseridas uma a cada  $\Delta\lambda/\lambda_0$  camadas. Por exemplo, para o caso de um projeto de refletor dual para operar nos comprimentos de onda 1.3 e 1.55 $\mu\text{m}$ , o valor de  $\lambda_0$  será de 1.414 $\mu\text{m}$  e a relação  $\Delta\lambda/\lambda_0$  será de 11.4, ou seja, as camadas adicionais para modelar os batimentos serão inseridas a cada 11 camadas. A Fig. 2.8 mostra um projeto equivalente à grade da Fig. 2.5 projetada de acordo com esta metodologia. Os índices de refração utilizados foram 1.5 e 1.9, as espessuras das camadas (1/4 de 1.414 $\mu\text{m}$ ) são calculadas respectivamente como 0.2357 e 0.1861 $\mu\text{m}$ .



**Figura 2.9.** Exemplo de uma simulação de estrutura obtida através da modelagem de batimento através da inserção de camada adicional.