

1. Análise de Grades de Bragg

A análise de grades de Bragg é muito importante para o processo de síntese por vários aspectos. Primeiro, porque de alguma forma compõe o processo de síntese, tanto nos métodos que utilizam *Layer Peeling* [1], como (e principalmente) nos métodos iterativos, que é o alvo deste trabalho; segundo, porque é uma forma de se avaliar a estrutura sintetizada.

Diz-se que um método é iterativo quando este promove turnos de modificação-avaliação de forma progressiva. Isso significa que a cada iteração o resultado atual é comparado com o objetivo e, de acordo com um critério dependente desta comparação, altera de forma positiva o resultado atual para nova análise em posterior iteração. O processo se repete até que o resultado chegue a um grau de semelhança suficiente do resultado exigido. Percebe-se que os métodos iterativos são extremamente dependentes de uma forma de análise qualquer, a qual também determina o grau precisão e sua eficiência. Naturalmente não se pode fazer um estudo de síntese de grades sem começar por um estudo de análise de grades.

Existem várias formas de análises consagradas na literatura, como a baseada no método dos modos acoplados [3] e a baseada no método das matrizes de transferência [3]-[5]. A opção escolhida para este trabalho foi o baseada no método das matrizes de transferência, a qual apesar de simples, apresenta um desempenho computacional excelente além de respostas muito semelhantes das obtidas experimentalmente.

Neste capítulo será estudado um modelo para análise de grades bem como o método da matriz de transferência aplicado para determinação da refletividade e transmissão.

1.1. O Formalismo Matricial e os Coeficientes de Reflexão e de Transmissão

As grades de interesse para este trabalho consistem de k camadas dielétricas finas dispostas transversalmente em relação à direção de propagação. Cada camada possui diferentes valores de índice de refração n e espessura d . As dimensões transversais são consideradas muito maiores do que os valores de espessura, portanto a estrutura é considerada transversalmente infinita (Fig. 1.1).

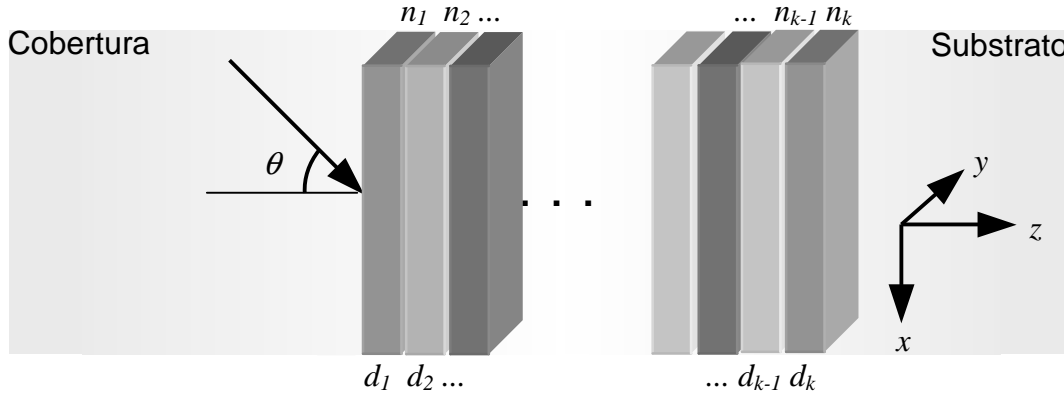


Figura 1.1. Modelo de uma grade dielétrica de filmes finos, constituída de k camadas semi-infinitas.

O meio de origem da radiação incidente é chamado de cobertura; o meio de transmissão após a grade é chamado de substrato. Para simplificação do modelo, tanto o substrato como a cobertura podem ser considerados camadas de espessura infinita. Também, todas as camadas são consideradas homogêneas, isotrópicas, lineares, não-dispersivas e não-magnéticas.

O método matricial se apoia no fato de que, de acordo com as condições de contorno, as componentes tangenciais dos campos devem ser contínuas em cada interface de separação entre as camadas. Então, na superfície de separação de uma determinada camada i e outra adjacente $i - 1$, a aplicação das condições de contorno às componentes tangenciais dos campos eletromagnéticos pode ser escrito matricialmente como:

$$\begin{bmatrix} E_{ti} \\ H_{ti} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_{t(i+1)} \\ H_{t(i+1)} \end{bmatrix}. \quad (1.1)$$

As componentes tangenciais dos campos podem ser calculados através das seguintes equações:

$$E_{ti} = A_i^+ e^{-j\gamma_i z} + A_i^- e^{+j\gamma_i z}, \quad i = 1, 2, 3 \dots k \quad (1.2)$$

e

$$H_{ii} = Y_i \left[A_i^+ e^{-j\gamma_i z} - A_i^- e^{+j\gamma_i z} \right], i = 1, 2, 3 \dots k. \quad (1.3)$$

Onde: E_{ii} – Campo elétrico tangencial da camada de índice i ;

H_{ii} – Campo magnético tangencial da camada de índice i ;

i – indica o número da camada;

A_i^+, A_i^- – amplitudes para um determinado modo, propagando-se na i -ésima camada, ao longo das direções $+z$ e $-z$, respectivamente;

γ_i – constante de fase, ao longo direção z , de um modo determinado, progando-se na i -ésima camada;

Y_i – é a admitância, para um determinado modo, na i -ésima camada, na direção de propagação z .

A constante de fase ao longo da direção z pode ser calculada através da seguinte expressão:

$$\gamma_i = \pm \sqrt{(\kappa_0 n_i)^2 - (\kappa_0 n_C \sin \theta)^2} \quad (1.4)$$

Onde: $\kappa_0 = 2\pi/\lambda_0$ – é o número de onda para o espaço livre;

θ – é o ângulo de incidência da onda na cobertura; e

n_C – é o índice de refração da cobertura

A admitância da i -ésima camada na direção de propagação z pode ser calculada através da expressão:

$$Y_i = \frac{\gamma_i}{k_0 Z_c}, \quad (1.5)$$

para o modo TE e

$$Y_i = \frac{n_i}{\gamma_i Z_c} \quad (1.6)$$

para o modo TM.

Fazendo $z = d_{i-1}$ (d = espessura da camada) para a camada $i-1$ e $z = 0$ para a camada i , e substituindo (1.2) e (1.3) em (1.1), se obtém:

$$A_i^+ + A_i^- = A_{i-1}^+ e^{-j\gamma_{i-1} d_{i-1}} + A_{i-1}^- e^{j\gamma_{i-1} d_{i-1}}, \quad (1.7)$$

$$Y_i(A_i^+ - A_i^-) = Y_{i-1}[A_{i-1}^+ e^{-j\gamma_{i-1}d_{i-1}} - A_{i-1}^- e^{j\gamma_{i-1}d_{i-1}}]. \quad (1.8)$$

Fazendo $u_i = \gamma_{i-1}d_{i-1}$ e isolando A_i^+ e A_i^- em função de A_{i-1}^+ e A_{i-1}^- , obtêm-se:

$$A_i^+ = \frac{1}{2Y_i} [(Y_i + Y_{i-1})e^{-ju_i} + (Y_i - Y_{i-1})e^{ju_i}] \cdot A_{i-1}^+ \quad (1.9)$$

e

$$A_i^- = \frac{1}{2Y_i} [(Y_i - Y_{i-1})e^{-ju_i} + (Y_i + Y_{i-1})e^{ju_i}] \cdot A_{i-1}^-, \quad (1.10)$$

ou em forma matricial:

$$\begin{bmatrix} A_i^+ \\ A_i^- \end{bmatrix} = \frac{1}{2Y_i} \begin{bmatrix} (Y_i + Y_{i-1})e^{-ju_i} & (Y_i - Y_{i-1})e^{ju_i} \\ (Y_i - Y_{i-1})e^{-ju_i} & (Y_i + Y_{i-1})e^{ju_i} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_{i-1}^+ \\ A_{i-1}^- \end{bmatrix}, \quad (1.11)$$

ou simplesmente:

$$\begin{bmatrix} A_i^+ \\ A_i^- \end{bmatrix} = [M_i] \begin{bmatrix} A_{i-1}^+ \\ A_{i-1}^- \end{bmatrix} \quad (1.12)$$

onde:

$$[M_i] = \begin{bmatrix} M_{i11} & M_{i12} \\ M_{i21} & M_{i22} \end{bmatrix} \quad (1.13)$$

é a matriz de transferência do meio $i-1$ para o meio i .

Uma vez que todos os parâmetros de análise são estabelecidos, é possível calcular todas as matrizes de transferência das camadas da grade. Assim é possível calcular as amplitudes dos campos de uma certa camada, dadas as amplitudes da camada anterior. Para se calcular as amplitudes dos campos de uma camada dadas amplitudes de uma camada não contígua, por exemplo, as amplitudes da camada 3 dadas as amplitudes da camada 1, aplica-se as matrizes de transferência da camada 3 e 2:

$$\begin{bmatrix} A_3^+ \\ A_3^- \end{bmatrix} = [M_3][M_2] \begin{bmatrix} A_1^+ \\ A_1^- \end{bmatrix} \quad (1.14)$$

A generalização de (1.14) leva ao cálculo da matriz de transferência para toda a grade, através do produtório de todas as matrizes das camadas componentes:

$$[M_T] = \prod_{i=k+1}^1 [M_i]. \quad (1.15)$$

Onde $[M_T]$ é a matriz de transferência de toda a grade, $[M_i]$ é matriz de transferência da camada $i-1$ para i . O índice $k+1$ é pertencente à camada de substrato enquanto o índice $i = 0$ é pertencente à camada de cobertura.

Os coeficientes de reflexão e transmissão de toda a grade podem ser calculados respectivamente através de (1.16) e (1.17):

$$R = \frac{A_0^-}{A_0^+}, \quad (1.16),$$

$$T = \frac{A_k^+}{A_0^+} \quad (1.17)$$

De posse dos coeficientes R e T e considerando ainda por conveniência, uma onda com amplitude unitária e que não existe incidência no substrato, $A_k^- = 0$, pode-se escrever a equação matricial para toda a grade como:

$$\begin{bmatrix} T \\ 0 \end{bmatrix} = [M_T] \begin{bmatrix} 1 \\ R \end{bmatrix}. \quad (1.15)$$

Através dessa equação matricial é possível determinar T e R em termos dos elementos da matriz M_T :

$$T = \frac{M_{T11} \cdot M_{T22} - M_{T12} \cdot M_{T21}}{M_{T22}}, \quad (1.16)$$

$$R = \frac{M_{T21}}{M_{T22}}. \quad (1.17)$$

Os valores R e T são coeficientes complexos que estabelecem as relações entre amplitudes de campos como mostrado em (1.16) e (1.17). Em termos de potência, esses parâmetros passam a se chamar respectivamente refletividade e transmissividade, dados respectivamente pelas equações (1.18) e (1.19):

$$\Gamma = |R|^2, \tag{1.18}$$

$$\tau = |T|^2. \tag{1.19}$$