

3 - SISTEMAS FM

3.1 - Introdução

Nos sistemas AM, a amplitude da portadora senoidal é modulada por um sinal $m(t)$, e por isso o conteúdo de informação é levado nas variações de amplitude da portadora. Agora quando o conteúdo de informação é levado em variações de frequência do sinal, tem-se um sinal FM. [3], [5], [6]

Além da frequência, pode-se variar a fase da portadora, neste caso um sinal PM (*Phase Modulation*). Os sinais FM e PM são dados abaixo

$$S_{FM} = A_p \cos \left[w_p t + k_f \int m(t) dt \right] \quad (3.1)$$

$$S_{PM} = A_p \cos \left[w_p t + k_p m(t) \right] \quad (3.2)$$

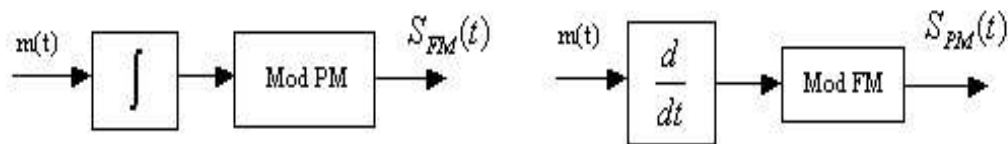
onde k_p e k_f são as constantes de modulação, A_p a amplitude da portadora e w_p a frequência da portadora.

As frequências dos sinais FM e PM são dadas pelas seguintes expressões

$$W_{i_{PM}} = W_p + k_p \frac{d}{dt} m(t) \quad (3.3)$$

$$W_{i_{FM}} = W_p + k_f m(t) \quad (3.4)$$

Destas expressões observa-se que a frequência de um sinal FM varia linearmente com o sinal de informação, e a frequência do sinal PM varia linearmente com a derivada do sinal de informação. É esta pequena diferença que tornam os sinais FM e PM bastantes semelhantes. E é por esta semelhança que pode-se obter um sinal FM a partir de um modulador PM, para isto basta integrar o sinal de informação antes do modulador. Do mesmo modo pode-se obter um sinal PM de um modulador FM, para isto basta derivar o sinal de



informação antes do modulador. As Fig. 3.1 abaixo mostram estes dois esquemas.

Figura 3.1: Geração de sinais FM e PM.

Os sinais FM podem ser classificados em dois tipos: FM de faixa estreita e FM de faixa larga. Esta classificação é quanto a largura de faixa ocupada pelo sinal, e esta largura de faixa está diretamente relacionada com a constante K_f do sinal FM.

3.2 - FM de faixa estreita.

A expressão geral para um sinal FM é dada pela Eq. 3.1, a qual é repetida aqui por conveniência

$$S_{FM}(t) = A_p \cos \left[w_p t + k_f \int m(t) dt \right] \quad (3.5)$$

onde

A_p - amplitude da portadora;

W_p - frequência da portadora;

$m(t)$ - sinal de mensagem;

k_f - constante de modulação.

A frequência instantânea deste sinal é dada por

$$w_i = \frac{d}{dt} = w_p + k_f \frac{dg(t)}{dt} = w_p + k_f m(t) \quad (3.6)$$

pode ser mostrado que se k_f é tão pequeno que $k_f g(t) \ll 1$ para qualquer valor de t , pode-se ter então, [3], [5]

$$s_{FM}(t) = A_p \cos(w_p t) - A_p k_f g(t) \sin(w_p t) \quad (3.7)$$

esta é a expressão para o sinal FM de faixa estreita, observa-se que ele se parece com a expressão para um sinal AM, por isso que seu espectro e a forma de se gerar um sinal destes é semelhante ao sinal AM.

Destas expressões observa-se que cada sinal tem um termo de portadora e outro que representa as faixas laterais, as quais estão centradas em W_p .

O espectro de um sinal desses é dado pela seguinte expressão

$$S_{FM}(w) = A_p \left[\delta(w - w_p) + \delta(w + w_p) \right] + \frac{jA_p k_f}{2} \left[G(w - w_p) - G(w + w_p) \right] \quad (3.8)$$

Os sinais FM e PM de faixa estreita, podem serem obtidos pelos seguintes diagramas de blocos:

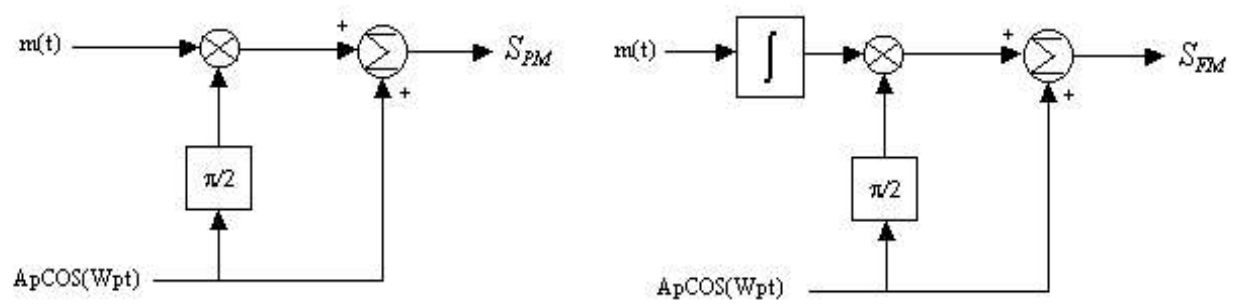
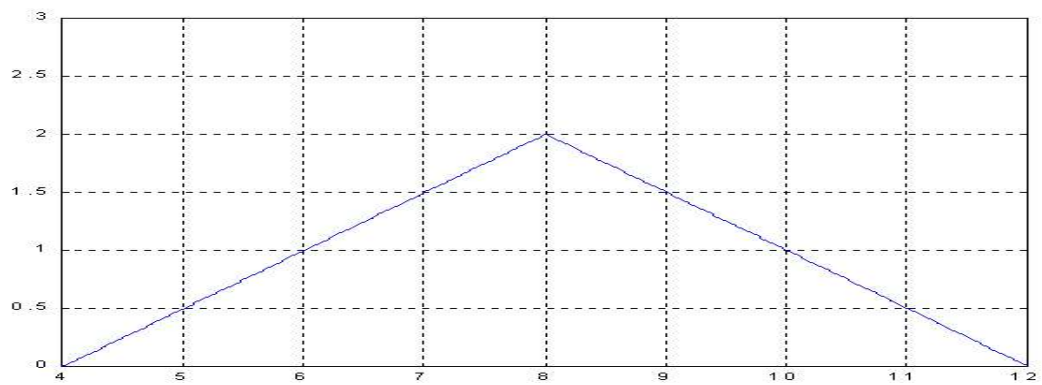


Figura 3.2: Geração de sinais FM e PM de faixa estreita.



As figuras abaixo mostram um exemplo de um sinal FM.

Figura 3.3: Sinal de mensagem.

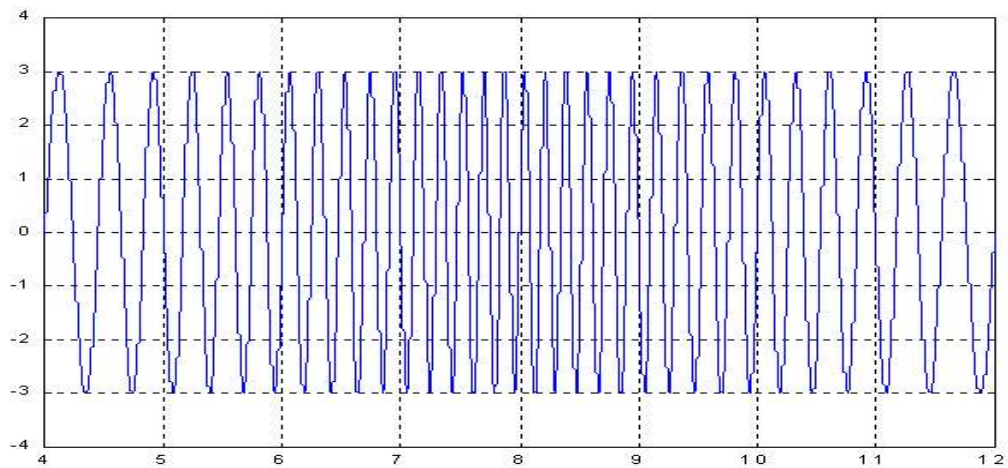


Figura 3.4: Sinal FM.

3.3 - FM de faixa larga.

Pode-se mostrar que quando se faz o desvio de frequência da portadora muito grande, ou seja, se escolher a constante K_f tão grande que a condição $K_f g(t) \ll 1$ não seja válida, obtém-se a seguinte expressão para a largura de faixa

$$W = 2 \left[k_f |m(t)|_{\max} + 2 w_m \right] \quad (3.9)$$

onde W é dado em rad/s e $K_f |m(t)|_{\max}$ representa o desvio máximo de frequência e é simbolizado por Δw , então pode-se escrever

$$W = 2 \left[\Delta w + 2 w_m \right] \quad (3.10)$$

e para $\Delta w \gg W_m$ pode-se aproximar esta expressão por

$$W \simeq 2 \Delta w \quad (3.11)$$

Será feita agora uma análise de um sinal FM de faixa larga para o caso especial quando $m(t) = a \cos(w_m t)$.

Para este sinal tem-se que

$$g(t) = \int m(t) dt = a \int_0^t \cos(w_m t) dt = \frac{a}{w_m} \sin(w_m t) \quad (3.12)$$

a frequência instantânea do sinal será dada por

$$w_i = w_p + k_f m(t) = w_p + a k_f \cos(w_m t) \quad (3.13)$$

desta expressão observa-se que o desvio máximo de frequência será dado por $\Delta w = a k_f$.

Substituindo estes resultados na expressão do sinal FM em forma exponencial, tem-se

$$S_{FM}(t) = A_p e^{j \left[w_p t + \left(\frac{w}{w_m} \right) \text{sen}(w_m t) \right]} \quad (3.14)$$

a quantidade $\Delta w/W_m$ é a razão entre o desvio máximo de frequência da portadora e a frequência do sinal W_m , e esta razão é chamada de *índice de modulação* m_f .

É este índice de modulação que diz que se o sinal é de faixa estreita ou faixa larga, quanto menor m_f mais faixa estreita será, e vice versa.

Este índice de modulação tem a seguinte relação

$$m_f = \frac{w}{w_m} = \frac{ak_f}{w_m} \quad (3.15)$$

e

$$S_{FM}(t) = e^{j[w_p t + m_f \text{sen}(w_m t)]} = e^{j[m_f \text{sen}(w_m t)]} \cdot e^{jw_p t} \quad (3.16)$$

a primeira exponencial nesta expressão é uma função periódica de período $2\pi/w_m$ e pode ser expandida em série de Fourier. E pode ser mostrado que o sinal FM é dado por, [3], [5], [6]

$$S_{FM}(t) = A_p \sum_{n=-\infty}^{+\infty} J_n(m_f) \cos(w_p + n w_m) t \quad (3.17)$$

onde J_n é a função de Bessel de ordem n .

Desta expressão pode-se concluir que este sinal contém infinitas componentes de frequências laterais, que estão em torno de W_p , tendo assim uma largura de faixa infinita. Por isto que nesta situação diz-se que o sinal é de faixa larga.

O número de componentes de frequências é infinito, mas devido ao decréscimo das amplitudes das faixas laterais, conforme se distancia da frequência da portadora. Assim pode-se aproximar a largura de faixa pela expressão já mostrada no início desta seção.

Para este exemplo, o sinal FM se torna de faixa estreita se $m_f \ll 1$, caso contrário, será FM de faixa larga. Estas aproximações foram tomadas a partir dos gráficos das funções de Bessel (J_n).

3.4 - Demodulador FM

Para recuperar o sinal modulador $m(t)$ da portadora FM, precisa-se utilizar um circuito cuja saída varie linearmente com a frequência do sinal de entrada. Os detetores FM são, portanto, dispositivos sensíveis à frequência, onde eles são chamados de *discriminadores de*

freqüência. Desta forma, o sinal FM é convertido para um sinal AM mediante este circuito sensível à freqüência. O sinal AM resultante pode ser, conseqüentemente, demodulado por um detetor de envoltória. Dado o sinal FM da Eq. 3.1.

O primeiro passo para demodular este sinal é o discriminador de freqüência, o qual pode ser considerado como um bloco derivador

$$\frac{d[S_{FM}(t)]}{dt} = A_p \left[w_p t + k_f m(t) \right] \cos \left[w_p t + k_f \int m(t) dt \right] \quad (3.18)$$

Passando este sinal por um detetor de envoltória, obtém-se o sinal de mensagem. Em diagrama de blocos tem-se o seguinte demodulador FM

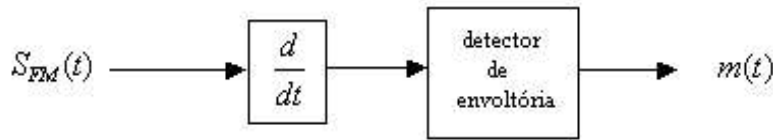


Figura 3.5: Demodulador FM.

Além do discriminador de freqüências, existe o demodulador FM com o circuito PLL. Este circuito PLL contém um VCO, que é um oscilador que varia sua freqüência de oscilação de acordo com a tensão de entrada.