



UFPA

ANÁLISE E PROJETO DE FILTROS ÓPTICOS

GILVAN SOARES BORGES

1º Semestre / 2007

CENTRO TECNOLÓGICO
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
CAMPUS UNIVERSITÁRIO DO GUAMÁ
BELÉM – PARÁ

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
CENTRO TECNOLÓGICO
CURSO DE ENGENHARIA ELÉTRICA

GILVAN SOARES BORGES

ANÁLISE E PROJETO DE FILTROS ÓPTICOS

TRABALHO SUBMETIDO AO COLEGIADO DO
CURSO DE ENGENHARIA ELÉTRICA PARA
OBTENÇÃO DO GRAU DE ENGENHEIRO
ELETRICISTA.

Belém
2007

ANÁLISE E PROJETO DE FILTROS ÓPTICOS

Este Trabalho foi julgado em ____/____/____ adequado para obtenção do Grau de Engenheiro Eletricista, e aprovado na sua forma final pela banca examinadora que atribuiu o conceito _____.

Prof. Dr. João Crisóstomo Weyl Albuquerque Costa
ORIENTADOR

Msc. Marco José de Sousa
CO-ORIENTADOR

Prof. Dr. Rubem Gonçalves Farias
MEMBRO DA BANCA EXAMINADORA

Msc. Claudomiro de Souza de Sales Junior
MEMBRO DA BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. Orlando Fonseca da Silva
COORDENADOR DO CURSO DE ENGENHARIA ELÉTRICA

Ao meu falecido pai, JOÃO ORLANDO BORGES, por todos os sacrifícios que passou para que um dia eu pudesse chegar até aqui.

GILVAN SOARES BORGES

AGRADECIMENTOS

À Deus, por iluminar meu caminho e guiar meus passos.

À minha família, pelo amor e dedicação.

À Samera, por ter me ajudado diretamente na confecção deste trabalho.

Ao Prof. João Crisóstomo, pela orientação e confiança em mim depositada ao longo desses três anos de iniciação científica.

Ao Marco, pelo apoio e amizade, e por todo o conhecimento que com ele adquiri.

Ao Prof. Petrus, pelas frutíferas discussões e sugestões.

Aos amigos, por sempre me encorajarem.

Ao CNPq, pelo apoio financeiro.

Ao CPqD, por ceder dados experimentais referente a uma de suas pesquisas.

À UFPA, referência em ensino, pesquisa e extensão no Brasil.

Ao Laboratório de Eletromagnetismo Aplicado (LEA), detentor de excelente estrutura pessoal e tecnológica.

Ao Laboratório de Óptica do Departamento de Física.

A todos os que contribuíram, ao seu modo, para a realização deste trabalho.

“Peça a Deus que abençoe os seus planos, e eles darão certo”.

Provérbios 16.3

SUMÁRIO

RESUMO	1
CAPÍTULO 1 - INTRODUÇÃO	2
1.1 Motivação	2
1.2 Proposta	3
1.3 Organização	3
CAPÍTULO 2 - ANÁLISE DE FILTROS ÓPTICOS	4
2.1 Filtros Ópticos	4
2.2 Filtros Multicamadas	5
2.2.1 Método de Análise	6
2.3 Grades de Bragg em Fibra (FBG)	10
2.3.1 Método de Análise	13
2.3.2 Aplicações em Sensoriamento	16
2.3.2.1 Dependência do λ_B com a Deformação e a Temperatura	17
CAPÍTULO 3 - PARTICLE SWARM OPTIMIZATION	19
3.1 Introdução	19
3.2 Algoritmo Básico	20
3.3 Controle de Convergência	22
3.3.1 Variação Linear da Inércia	22
3.3.2 Coeficiente de Constrição	23
3.3.3 Variação Não Linear da Inércia	23
3.4 Otimização com Variáveis Discretas	24
3.5 Exemplo de Otimização	24
CAPÍTULO 4 - CONTRIBUIÇÕES	27
4.1 Introdução	27
4.2 Projetos de filtros ópticos multicamadas utilizando o PSO	27
4.2.1 Definição do problema	27
4.2.2 Projetos	29
4.2.2.1 Coberturas antirefletoras	29
4.2.2.2 Filtros ópticos para aplicações em sensores	33
4.2.2.3 Filtros ópticos não convencionais	35
4.3 Análise de deformação em filtros FBG	37
4.3.1 Descrição do modelo	37

4.3.2	Casos particulares	40
4.3.2.1	O comportamento do λ_B	41
4.3.2.2	O comportamento da refletividade máxima	43
4.3.2.3	O comportamento da largura de banda	45
CAPÍTULO 5 - CONCLUSÕES		46
APÊNDICE - FGB UNIFORME SUBMETIDA À DEFORMAÇÃO		47
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS		59

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1 -	Filtros ópticos de filmes finos.	4
Figura 2.2 -	Estrutura Multicamadas.	6
Figura 2.3 -	Espectros de potência das luzes incidente, refletida e transmitida em uma grade de Bragg uniforme.	11
Figura 2.4 -	Gravação de uma grade de Bragg em uma fibra óptica através do método de Meltz.	11
Figura 2.5 -	Perfil de índice de refração de uma grade de Bragg uniforme de comprimento L inscrita em uma fibra óptica cujo núcleo possui um índice de refração n_0 .	12
Figura 2.6 -	Curva de refletividade típica de uma grade uniforme.	14
Figura 3.1 -	Movimento de uma partícula.	21
Figura 3.2 -	Algoritmo simplificado do PSO.	21
Figura 3.3 -	Variação do coeficiente de inércia w_i em função da iteração i e do expoente n .	24
Figura 3.4 -	Gráfico da função (3.9) exposta no domínio de $[0, 1]$ em ambas as dimensões.	25
Figura 3.5 -	Evolução do PSO, onde cada ponto em preto representa uma partícula dentro do espaço de busca, e o x em azul é a posição do ótimo.	26
Figura 4.1 -	Projeto de um Filtro multicamadas.	28
Figura 4.2 -	Espectro de refletividade do filtro, obtido no projeto 1.	30
Figura 4.3 -	Perfil de índice de refração do filtro, obtido no projeto 1.	31
Figura 4.4 -	Espectro de refletividade do filtro, obtido no projeto 2.	32
Figura 4.5 -	Espectro de refletividade do filtro, obtido no projeto 2.	32
Figura 4.6 -	Espectro de refletividade do filtro, obtido no projeto 3.	34
Figura 4.7 -	Perfil de índice de refração do filtro, obtido no projeto 3.	34

Figura 4.8 -	Espectro de refletividade do filtro, obtido no projeto 4.	36
Figura 4.9 -	Perfil de índice de refração do filtro, obtido no projeto 4.	36
Figura 4.10 -	Núcleo de uma fibra óptica submetida a uma tração longitudinal.	37
Figura 4.11 -	Parte do perfil de modulação do índice de refração de uma FBG uniforme, antes e após uma deformação de 400 $\mu\text{m}/\text{m}$.	39
Figura 4.12 -	Comportamento espectral de uma FBG uniforme, submetida a sucessivas deformações.	39
Figura 4.13 -	Espectro de refletividade de uma FBG, com destaque ao comprimento de onda de Bragg, refletividade máxima e largura de banda.	40
Figura 4.14 -	Comportamento teórico e experimental do λ_B com a deformação, de uma FBG uniforme centrada em $\lambda_{B0} = 1554.133 \text{ nm}$ e com índice de refração médio $n_{eff0} = 1.4705$.	42
Figura 4.15 -	Comparação de modelos aparentemente diferentes que descrevem o mesmo fenômeno.	42
Figura 4.16 -	Comportamento da refletividade máxima de um FBG submetida à deformação.	44
Figura 4.17 -	Comportamento da largura de banda de uma grade fraca submetida à deformação.	45
Figura 1 -	Modelo macroscópico de um meio dielétrico (a) de material não polar (b) de material polar.	48
Figura 2 -	Dependência do comprimento de dipolo $l(t)$ com o campo elétrico resultante $E(t)$ no interior do dielétrico, em quatro instantes de tempo diferentes.	49
Figura 3 -	Deformação longitudinal de um corpo cilíndrico.	50
Figura 4 -	A dependência entre o comprimento médio dos dipolos com Deformação.	53
Figura 5 -	Gráfico da linearidade entre o comprimento médio dos dipolos e a deformação transversal.	53

Figura 6 - Mudança de escala na direção z de uma função qualquer.

56

RESUMO

Este trabalho apresenta um estudo sobre dois tipos de filtros ópticos com grande aplicabilidade na indústria: os baseados em multicamadas dielétricas e os baseados em FBG (*Fiber Bragg Grating*). A respeito dos filtros multicamadas, é proposta uma metodologia para projeto dos mesmos que utiliza uma técnica de otimização estocástica conhecida como PSO (*particle swarm optimization*). Assim, são obtidos projetos de coberturas antirefletoras, filtros para sistemas de interrogação em sensoriamento óptico, etc. A respeito dos filtros FBG, é proposto um modelo matemático que analisa o comportamento espectral destes, quando submetido a uma deformação. A intenção é que o modelo possa ser usado como ferramenta de apoio à análise e ao desenvolvimento de sensores de deformação, e de outras grandezas que possam ser derivadas desta.

Palavras-chaves: filtros ópticos, sensores ópticos, multicamadas, filmes finos, grades de Bragg, FBG, particle swarm optimization (PSO).

INTRODUÇÃO

1.1 – Motivação

Filtros ópticos são de importância crescente nos dias de hoje, onde a maioria dos sistemas de comunicação estão se movendo para os comprimentos de onda ópticos. Em telecomunicações têm uma ampla variedade de aplicações, podendo ser empregados desde acopladores a sistemas WDM de alta capacidade [1].

Atualmente estes filtros também vêm sendo extensivamente empregados na área de sensoriamento, tanto físico quanto químico [2]-[6], estendendo suas aplicações para medicina, meteorologia, construção civil, etc. Como exemplo, sensores de deformação baseados em grades de Bragg em fibra (filtro óptico reflexivo com altíssima seletividade espectral) foram usados em uma ponte em Las Cruces, Novo México, para monitorar as condições da mesma [6]. Sensores como estes, também são usados em vários sistemas de controle de processos industriais por apresentarem vantagens ímpares em relação a outros tipos de sensores baseados em efeitos elétricos ou magnéticos.

Em virtude desta aplicabilidade, existe um grande interesse, tanto do ponto de vista acadêmico quanto industrial, no desenvolvimento de aplicativos para simulação (análise e projeto) dessas estruturas.

Existem várias técnicas para projeto de filtros ópticos, algumas delas clássicas, como projetos de filtros rejeita-faixa simples, ou passa-faixa múltiplos com arranjo de $1/4$ de comprimento de onda e cavidades Fabry-Perot, etc [7]-[9]. Entretanto, para projeto de filtros com perfis de refletividade arbitrários, o problema é mais complexo, altamente não linear e, desse modo, ainda há espaço para investigação de novas técnicas que acarretem em soluções e melhorias [10]-[11]. Dada a característica não linear dessa classe de problema, a aplicação de técnicas baseadas em métodos probabilísticos de otimização vêm sendo uma alternativa buscada [12]-[16].

Desde a década de 90, o PSO (*Particle swarm optimization*) foi proposto como uma ferramenta alternativa e de fácil implementação para resolver problemas de otimização. Onde tem mostrado ser eficiente em otimização multidimensional de

problemas que apresentam descontinuidades, não-linearidades e são multimodais (possuem vários ótimos locais) [17]-[18]. Além disso, o mesmo foi aplicado de forma bem sucedida em problemas envolvendo eletromagnetismo [19]-[22].

1.2 – Proposta

Com base no exposto acima, este trabalho objetiva apresentar um estudo sobre dois tipos de filtros ópticos de interferência muito utilizados na indústria, os baseados em multicamadas dielétricas e os baseados em FBG (*Fiber Bragg Grating*). Onde pretende trazer como contribuições:

- A utilização da técnica de otimização probabilística PSO (*particle swarm optimization*), em projetos de filtros ópticos multicamadas;
- A criação de um modelo matemático que descreve o comportamento óptico de um filtro FBG como função da deformação sofrida por ele;

1.3 – Organização

Para tanto, o Capítulo 2 inicia fazendo uma abordagem sobre filtros ópticos em geral, e posteriormente são focados os dois tipos de filtros de interesse (multicamadas e FBG) através da descrição de aplicações e técnicas de análise para cada um deles.

O Capítulo 3 fornece uma introdução ao método de otimização PSO. A finalidade é proporcionar uma compreensão geral desta ferramenta matemática. Conceitos e termos específicos são explicados, assim como um exemplo didático.

Tendo feito estas considerações iniciais, o Capítulo 4 trata das contribuições obtidas. Onde têm uma seção dedicada a projetos de filtros ópticos multicamadas utilizando o PSO. Nesta seção, a robustez do algoritmo é colocada à prova, diante de espaços de busca complexos. Neste mesmo capítulo, outra seção é dedicada ao modelo de análise de deformação em filtros FBG que foi desenvolvido. Nesta seção, são feitas algumas comparações do mesmo com medidas experimentais, e com um modelo semelhante existente na literatura (apresentado no Capítulo 2).

Por fim, o trabalho termina com análises conclusivas (dando uma avaliação geral dos resultados obtidos) e referências bibliográficas.

ANÁLISE DE FILTROS ÓPTICOS

2.1 – Filtros Ópticos

Os filtros ópticos (Figura 2.1) são tipos de estruturas que possuem características especiais de reflexão e transmissão de luz, de tal forma que podem bloquear ou transmitir a luz em uma determinada frequência, com mais ou menos intensidade. São largamente empregados em elementos dos mais simples como os espelhos, até em equipamentos óptico-eletrônicos complexos, ou ainda em sensores, com diversas aplicações na indústria, medicina, meteorologia, construção civil, dentre outros [1]-[6].

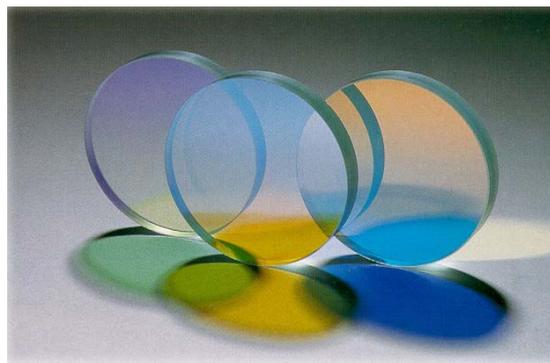


Fig. 2.1: Filtros ópticos de filmes finos [23].

Existem basicamente dois princípios físicos que podem ser usados para projetos de filtros ópticos. Um deles é usar as propriedades do material que compõe o filtro, para absorver a luz em uma dada faixa de comprimento de onda e transmitir em outra. A estes, são chamados filtros de absorção, onde as faixas de comprimento de onda são determinadas pelas propriedades moleculares do material utilizado. O fato de as características do filtro serem bastante dependentes das propriedades moleculares do material, combinada com o fato de que a absorção de radiação por longos períodos pode aumentar a temperatura causando danos mecânicos ao dispositivo, faz com que estes filtros sejam pouco atrativos [24].

O segundo princípio se baseia no fato de que a luz tem propriedades de onda, e conseqüentemente exibe o efeito de interferência (fenômeno enunciado por Thomas Young em 1801, em uma carta à sociedade real). Como disse Henry Crew,

“O simples, mas tremendamente importante fato de que dois raios de luz incidentes em um único ponto podem ser adicionados e produzir escuridão nesse ponto é, a meu ver, uma descoberta proeminente que o mundo deve à Thomas Young” [25]. Os filtros baseados nesse princípio são conhecidos como filtros de interferência. Nesses filtros, as ondas de luz quando se superpõe em fase criam interferência construtiva, e quando se superpõe defasadas de 180° entre si criam interferência destrutiva. Os projetistas usam essa propriedade para construir filtros com efeitos ópticos desejados (reflexão e transmissão) em uma larga banda de comprimento de onda. Estes são mais utilizados, haja vista que fornecem uma ampla faixa de parâmetros de projeto para produzir as características requeridas [24].

2.2– Filtros Multicamadas

Os filtros ópticos baseados em multicamadas são filtros compostos por uma seqüência de camadas (tipicamente dielétricas) de espessuras diferentes depositadas sobre um substrato. Como normalmente essas espessuras são comparáveis ao comprimento de onda da luz, estes também podem chamados de filtros de filmes finos [24][26]. Estes filtros possuem um papel relevante em muitas das mais modernas tecnologias, sendo empregado em áreas como medicina, espectroscopia, astronomia, etc [3][5]. Os exemplos de suas aplicações incluem: proteção contra danos causados por comprimentos de onda indesejáveis (como bloqueio de ultravioleta ou bloqueio de infravermelho); separação da luz branca em suas componentes vermelho, verde e azul para sistemas de projeção; produção de luz polarizada em monitores de cristal liquido (LCD); entre muitas outras.

Embora um filtro de filmes finos possa ser idealizado de forma que cada uma de suas camadas seja constituída por materiais arbitrários, por razões práticas é freqüentemente desejável projetá-los constituídos por apenas dois tipos de materiais de índices de refração diferentes e alternados. A escolha cuidadosa desses materiais, da quantidade de camadas e da espessura de cada uma delas, determina o comportamento do filtro em função da freqüência, do ângulo de incidência e do tipo de polarização da luz.

2.2.1 – Método de Análise

Nesta parte da seção será mostrado, através de um formalismo matricial, como obter as curvas de refletividade e transmissividade de um filtro multicamadas. A obtenção dessas curvas é de vital importância, pois além de caracterizar o comportamento óptico do filtro, também constitui um pré-requisito quando o objetivo é o projeto do mesmo.

Para aplicação desta formulação [14], é suficiente considerar o material das camadas isotrópico, linear, homogêneo, não-dispersivo e não-magnético. Não existem restrições para a análise de filtros em qualquer janela de intervalos de comprimentos de onda, desde que o padrão de variação do índice de refração possa ser discretizado e aproximado como uma seqüência de camadas homogêneas.

Os filtros multicamadas podem ser entendidos como uma seqüência de N filmes ou camadas de materiais dielétricos diferentes superpostos, de índice n_k , como mostrado na Figura 2.2. Cada camada é considerada infinita nas direções transversais x e y , porém possui espessuras ΔZ_k .

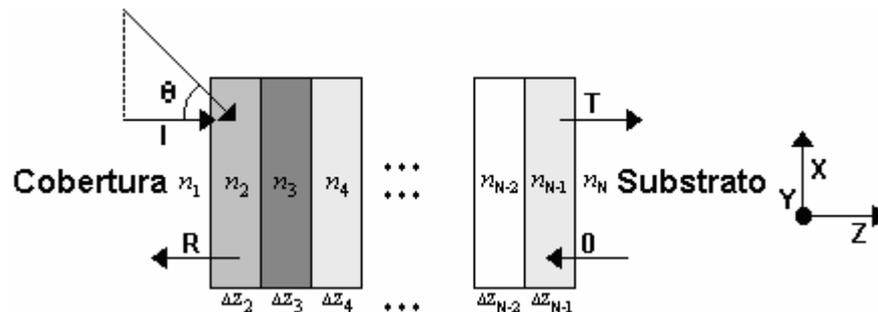


Fig. 2.2: Estrutura Multicamadas.

Os campos fasoriais, elétrico e magnético, que se propagam na direção z , de uma camada k qualquer, podem ser calculados através das seguintes equações:

$$\vec{E}_k(z) = [A_k e^{-j\beta_k z} + B_k e^{+j\beta_k z}] \cdot \vec{a}_u \quad (2.1)$$

$$\vec{H}_k(z) = Y_k [A_k e^{-j\beta_k z} - B_k e^{+j\beta_k z}] \cdot [\vec{a}_z \times \vec{a}_u], \quad (2.2)$$

onde:

k indica o índice associado à posição de uma camada qualquer;

\vec{E}_k é o vetor fasor campo elétrico da camada de índice k ;

\vec{H}_k é o vetor fasor campo magnético da camada de índice k ;

A_k e B_k são as amplitudes para um determinado modo, propagando-se na k -ésima camada, ao longo das direções $+z$ e $-z$, respectivamente;

β_k é a constante de fase, ao longo da direção z , propagando-se na k -ésima camada;

\vec{a}_u é o vetor unitário na direção \vec{a}_y , para a polarização TE e \vec{a}_x para a TM;

A constante de fase β_k pode ser calculada através de:

$$\beta_k = k_0 \sqrt{(n_k)^2 - (n_1 \sin \theta)^2}, \quad (2.3)$$

onde,

$k_0 = 2\pi / \lambda_0$ é o número de onda do espaço livre;

λ_0 é o comprimento de onda do espaço livre;

n_k é o índice de refração da camada k ;

n_1 é o índice de refração da primeira camada da estrutura (cobertura);

θ é o ângulo de incidência da onda na primeira camada da estrutura;

O parâmetro Y_k na equação (2.2) representa a admitância para o material que constitui a camada k do filtro. Seu valor deve ser calculado em função da polarização da onda. Sendo:

$$Y_k = \frac{\beta_k}{k_0 Z_0} \quad (2.4)$$

para a polarização TE, e

$$Y_k = \frac{k_0 (n_k)^2}{\beta_k Z_0} \quad (2.5)$$

para a polarização TM.

Onde $Z_0 = 120\pi$ é a impedância característica do espaço livre.

Este método se apóia no fato de que, baseado nas condições de contorno entre dielétricos, as componentes tangenciais dos campos, elétricos e magnéticos, devem ser contínuas em cada interface de separação entre as camadas. Considerado que em (2.1) e (2.2) z pode variar, em uma camada k qualquer, de $-\Delta Z_k$ a 0, então os campos nessa camada para $Z = -\Delta Z_k$ devem ser iguais aos da camada $k-1$ para $Z = 0$, ou seja:

$$\begin{bmatrix} \dot{E}_{tk}(z = -\Delta Z_k) \\ \dot{H}_{tk}(z = -\Delta Z_k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{E}_{t(k-1)}(z = 0) \\ \dot{H}_{t(k-1)}(z = 0) \end{bmatrix}. \quad (2.6)$$

Substituindo (2.1) e (2.2) em (2.6), obtêm-se as seguintes relações:

$$\begin{aligned} A_k e^{+j\beta_k \Delta Z_k} + B_k e^{-j\beta_k \Delta Z_k} &= A_{k-1} + B_{k-1} \\ Y_k [A_k e^{+j\beta_k \Delta Z_k} - B_k e^{-j\beta_k \Delta Z_k}] &= Y_{k-1} [A_{k-1} - B_{k-1}]. \end{aligned}$$

Isolando as amplitudes dos campos da camada k em função das amplitudes dos campos da camada $k-1$ e escrevendo as relações na forma matricial, obtêm-se:

$$\begin{bmatrix} A_k \\ B_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{(Y_k + Y_{k-1})}{2Y_k} e^{-j\beta_k \Delta Z_k} & \frac{(Y_k - Y_{k-1})}{2Y_k} e^{-j\beta_k \Delta Z_k} \\ \frac{(Y_k - Y_{k-1})}{2Y_k} e^{+j\beta_k \Delta Z_k} & \frac{(Y_k + Y_{k-1})}{2Y_k} e^{+j\beta_k \Delta Z_k} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_{k-1} \\ B_{k-1} \end{bmatrix}. \quad (2.7)$$

Escrevendo a equação anterior mais abreviadamente:

$$\begin{bmatrix} A_k \\ B_k \end{bmatrix} = M_k \begin{bmatrix} A_{k-1} \\ B_{k-1} \end{bmatrix}, \quad (2.8)$$

onde M_k é a matriz de transferência do meio $k-1$ para o meio k .

A expressão matricial (2.8) mostra como as amplitudes dos campos elétricos fasoriais, incidente e refletido, de uma camada em particular relacionam-se com os seus correspondentes da camada imediatamente anterior.

Do produtório de todas as matrizes de transferência de cada uma das interfaces, pode-se calcular a matriz de transferência de toda a estrutura, desde que se anule a espessura da última camada. Para o caso de N camadas, e conseqüentemente, $N-1$ interfaces:

$$M_T = \prod_{i=N}^2 M_i . \quad (2.9)$$

Logo, as amplitudes dos campos da última camada podem ser calculadas em função das amplitudes dos campos a primeira camada:

$$\begin{bmatrix} A_N \\ B_N \end{bmatrix} = M_T \begin{bmatrix} A_1 \\ B_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} \\ m_{21} & m_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_1 \\ B_1 \end{bmatrix}, \quad (2.10)$$

onde m_{11} , m_{12} , m_{21} e m_{22} são os elementos da matriz M_T 2×2 .

Fisicamente, a amplitude de campo B_N é nula, pois não existe onda caminhando na direção $-z$ na última camada (substrato) da estrutura, então:

$$\begin{bmatrix} A_N \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} \\ m_{21} & m_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_1 \\ B_1 \end{bmatrix}. \quad (2.11)$$

Os coeficientes de reflexão r e de transmissão t do filtro multicamada podem ser calculados respectivamente através das relações B_1/A_1 e A_N/A_1 . Onde os mesmos podem ser expressos em função dos elementos da matriz M_T :

$$r = -\frac{m_{21}}{m_{22}} \quad (2.12)$$

$$t = \frac{m_{11}m_{22} - m_{12}m_{21}}{m_{22}}. \quad (2.13)$$

A refletividade e a transmissividade (coeficientes de reflexão e de transmissão em termos de potência) podem ser calculados respectivamente por:

$$\Gamma_p = |r|^2 \quad (2.14)$$

$$T_p = \frac{\operatorname{Re}(Y_s)}{\operatorname{Re}(Y_c)} \cdot |t|^2, \quad (2.15)$$

onde, $Y_s = Y_I$ e $Y_c = Y_N$ são as admitâncias do substrato e da cobertura, respectivamente.

2.3– Grades de Bragg em Fibra (FBG)

Em 1978 no Canadá, Ken Hill [27] descobriu o efeito de fotossensibilidade em fibras ópticas através de um experimento criado para estudar efeitos não lineares nas mesmas, onde incidia um feixe intenso de luz de um laser de argônio pelo núcleo de uma fibra óptica dopada com germânio e com pequena área efetiva. Ele observou, através de medidas espectrais, que após um longo tempo de exposição da fibra à luz, surgia uma forte reflexão do sinal incidente nela em uma faixa estreita de comprimento de onda, levando a especulação de que uma alteração permanente e periódica de índice de refração havia sido construída no núcleo da fibra. A essa estrutura, chamou-se grade de Bragg em fibra óptica ou FBG (*Fiber Bragg Grating*).

A existência dessa modulação do índice de refração do núcleo de uma fibra óptica (grade de Bragg) age como um filtro rejeita-faixa, de forma que, ao propagar-se um feixe de luz com grande largura espectral, ocorre a reflexão seletiva de uma banda estreita dessa luz, centrada em um comprimento de onda específico, conhecido como comprimento de onda de Bragg. A Figura 2.3 ilustra esse fenômeno.

Atualmente as grades em fibras são usualmente fabricadas expondo lateralmente a fibra óptica dopada, à luz ultravioleta, cuja intensidade segue um padrão em função do eixo axial da fibra [28][29]. O padrão da luz ultravioleta é transcrito para a fibra na forma de uma perturbação do índice de refração efetivo do núcleo. Conforme mostra a Figura 2.4.

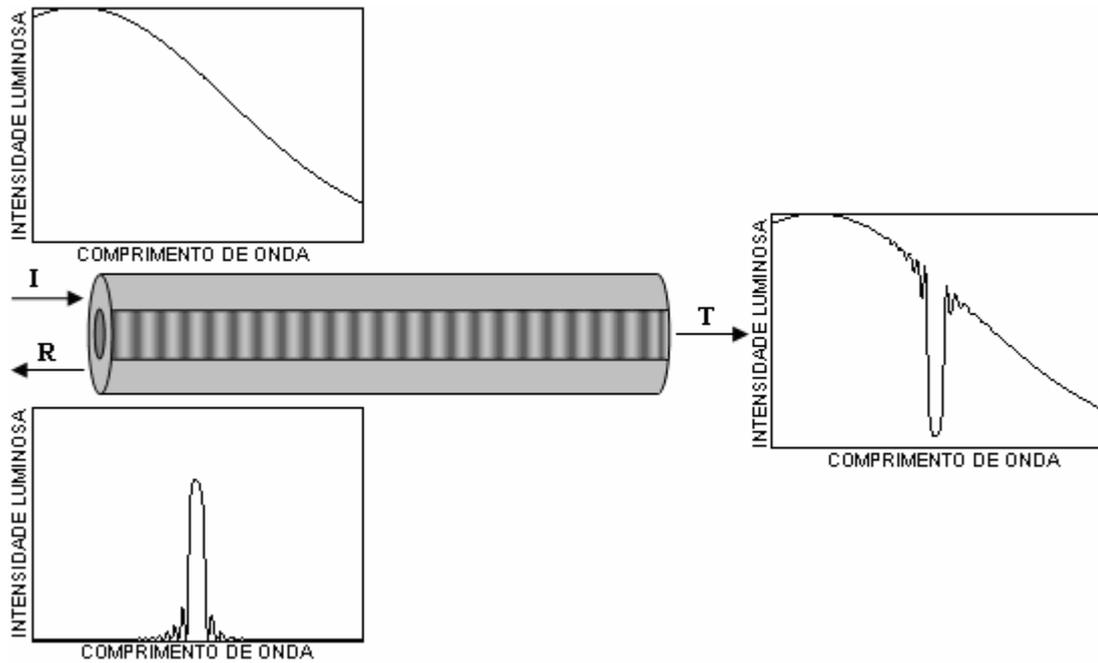


Fig. 2.3: Espectros de potência das luzes incidente, refletida e transmitida em uma grade de Bragg uniforme.

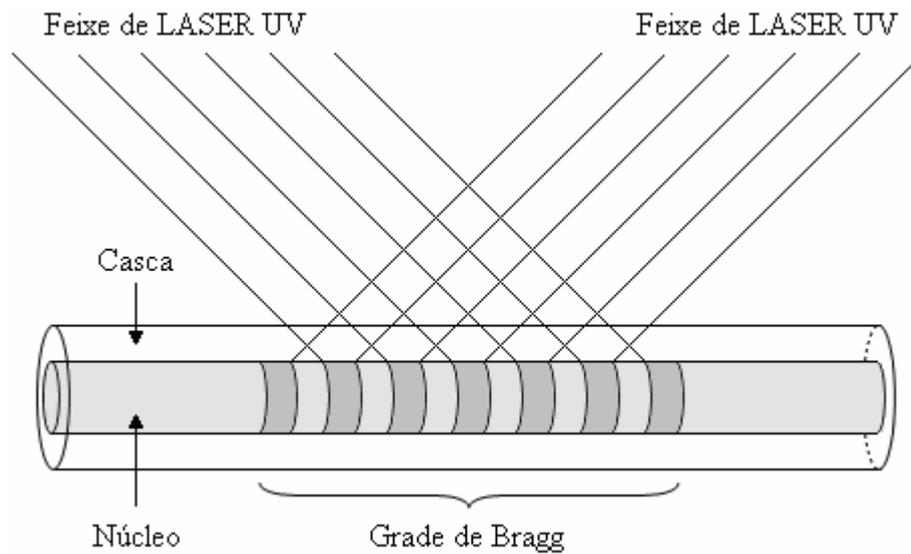


Fig. 2.4: Gravação de uma grade de Bragg em uma fibra óptica através do método de Meltz.

De forma simplificada, para o interesse em questão, uma perturbação periódica do índice pode ser descrita através da seguinte expressão:

$$n(z) = n_{eff}(z) + \Delta n(z) \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{\Lambda(z)} z + \phi(z)\right), \quad (2.16)$$

onde:

$n(z)$ é o índice de refração efetivo da grade em função da dimensão axial z ;

$n_{eff}(z)$ é o valor médio do índice de refração na grade;

$\Delta n(z)$ é a amplitude de modulação do índice de refração da grade;

$\Lambda(z)$ é o período de modulação do índice de refração da grade;

$\Phi(z)$ é a fase de modulação do índice de refração da grade;

Se a fase $\Phi(z)$ tiver dependência com z , se diz que a grade tem gorjeio (*Chirp*), o que significa que o período varia ao longo da estrutura. Quando a amplitude $\Delta n(z)$ tiver dependência com z , se diz que a grade tem perfil de índice apodizado, nesse caso picos laterais à banda de reflexão espectral podem ser atenuados. Um fato importante é que a amplitude $\Delta n(z)$ dificilmente supera a ordem de 10^{-3} , conseqüentemente as grades precisam de comprimento da ordem de milímetros para alcançar um nível de refletividade desejável [14].

Grades onde a modulação do índice de refração é considerada invariável ao longo da fibra, como mostra a Figura 2.5, são chamadas de grade de Bragg uniforme. Em grades como essa, a expressão da perturbação do índice de refração pode ser reescrita na forma:

$$n(z) = n_{eff} + \Delta n \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{\Lambda} z\right) \quad (2.17)$$

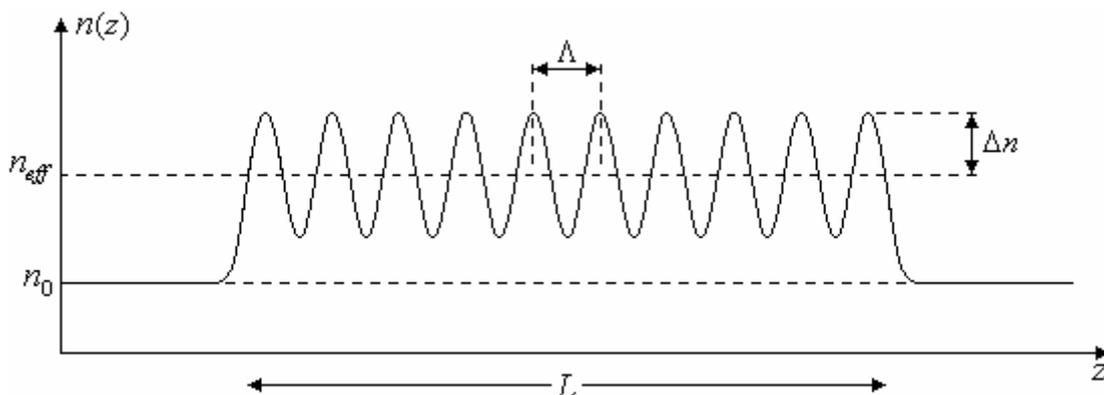


Fig. 2.5: Perfil de índice de refração de uma grade de Bragg uniforme de comprimento L inscrita em uma fibra óptica cujo núcleo possui um índice de refração n_0 .

2.3.1 – Método de Análise

A partir do emprego da teoria de modos acoplados, o coeficiente de reflexão e a refletividade de uma grade de Bragg uniforme de comprimento L , podem ser calculados respectivamente por [14][30]-[33]:

$$r = \frac{-k \cdot \sinh(\gamma L)}{\hat{\sigma} \cdot \sinh(\gamma L) + j\gamma \cdot \cosh(\gamma L)} \quad (2.18)$$

$$R = |r|^2 = \frac{\sinh^2(\gamma L)}{\cosh^2(\gamma L) - \frac{\hat{\sigma}^2}{k^2}}, \quad (2.19)$$

onde o parâmetro γ é dado por:

$$\gamma = \sqrt{k^2 - \hat{\sigma}^2}. \quad (2.20)$$

Sendo k o coeficiente de acoplamento “AC”, definido por:

$$k = \frac{1}{2} \Delta n \beta, \quad (2.21)$$

e $\hat{\sigma}$ é o coeficiente de auto-acoplamento “DC”, definido por:

$$\hat{\sigma} = n_{eff} \beta - \frac{\pi}{\Lambda}, \quad (2.22)$$

com β representando o número de onda no espaço livre:

$$\beta = \frac{2\pi}{\lambda_0}. \quad (2.23)$$

É importante ressaltar que as equações (2.18) e (2.19), para o cálculo do coeficiente de reflexão e refletividade de uma grade de Bragg, respectivamente, são válidas desde que obedçam as seguintes restrições:

- A fibra tem que ser do tipo monomodo;
- A grade tem que ser uniforme;
- O comprimento da grade deve ser muito maior que o período de modulação;
- O comprimento de onda de análise deve ser relativamente próximo do comprimento de onda onde ocorre a máxima reflexão;

A Figura 2.6 mostra a curva de refletividade, obtida através da equação (2.19), de uma grade uniforme de índice de refração médio $n_{eff} = 1.467$, amplitude de modulação $\Delta n = 6.0 \times 10^{-5}$, período $\Lambda = 0.531 \mu\text{m}$ e comprimento $L = 1 \text{ cm}$.

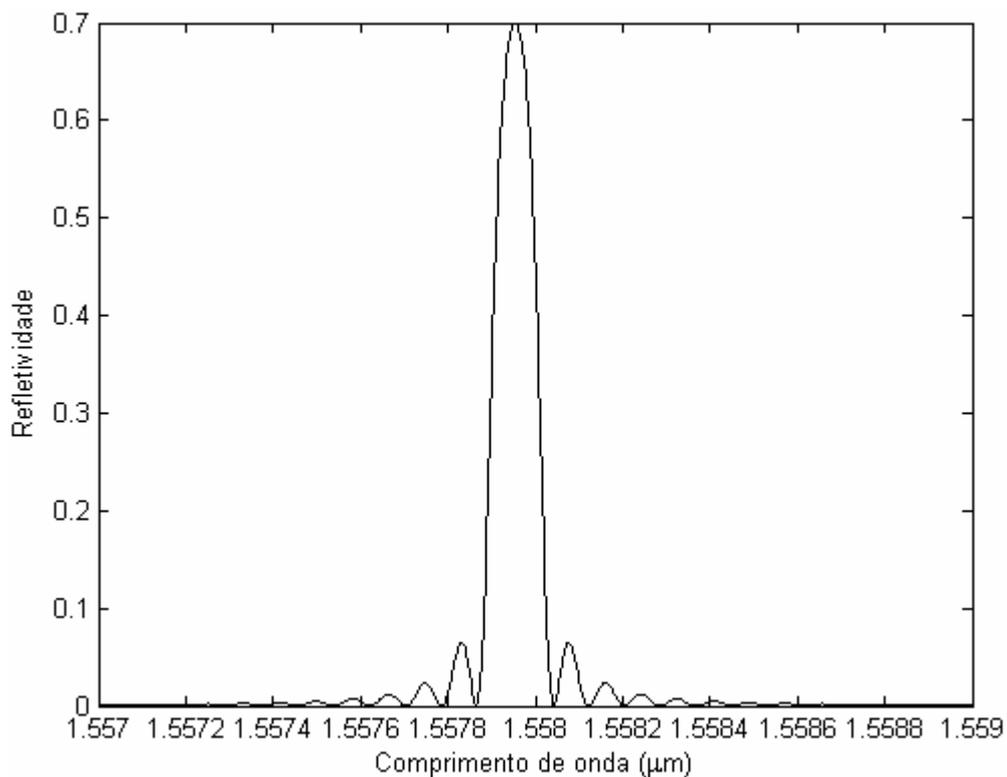


Fig. 2.6: Curva de refletividade típica de uma grade uniforme.

De acordo com a equação (2.19) a refletividade máxima de uma grade de Bragg uniforme é dada por:

$$R_{MAX} = \tanh^2(kL), \quad (2.24)$$

o que ocorre quando $\hat{\sigma} = 0$, ou seja, no comprimento de onda:

$$\lambda_{MAX} = \lambda_B = 2 \cdot n_{eff} \cdot \Lambda. \quad (2.25)$$

A equação (2.25) acima, é conhecida como Lei de Bragg, e indica que somente comprimentos de onda iguais ou muito próximos da ressonância de Bragg serão refletidos pela grade formada no núcleo da fibra; em caso contrário serão transmitidos.

A largura de banda de uma grade de Bragg uniforme pode ser definida como a largura entre os primeiros zeros laterais em relação ao máximo de refletividade (conhecida dessa forma como *full-width at first zeros*, FWFZ). Analisando a equação (2.19), observa-se que esta largura é igual ao intervalo definido pelos comprimentos de onda em que o argumento das funções hiperbólicas é igual a $j\pi$. Assim sendo, tem-se que:

$$\Delta\lambda = \frac{2\Lambda L \sqrt{\lambda_B^2 + (L^2 - \Lambda^2)\Delta n^2}}{(L^2 - \Lambda^2)}. \quad (2.26)$$

Considerando-se que, em uma grade $L \gg \Lambda$, então a expressão acima pode ser aproximada, sem perda de generalidade, por:

$$\Delta\lambda = \frac{\lambda_B}{n_{eff}L} \sqrt{\lambda_B^2 + (\Delta n L)^2}. \quad (2.27)$$

Da equação (2.27), percebe-se que para uma grade fraca, ou seja, quando $\Delta n L \ll \lambda_B$, a expressão da largura de banda torna-se:

$$\Delta\lambda = \frac{\lambda_B^2}{n_{eff}L}, \quad (2.28)$$

e para uma grade forte, isto é, quando $\Delta n L \gg \lambda_B$, a expressão da largura de banda torna-se:

$$\Delta\lambda = 2\Delta n \Lambda. \quad (2.29)$$

Note que na expressão acima, a largura de banda é independente do comprimento da grade. Neste caso, já que a grade é forte, a luz não chega a penetrar em toda a extensão da FBG, sendo refletida totalmente antes disso.

A análise de grades de Bragg com perfis de índice de refração mais complexos (como grades apodizadas e com *chirp*) exige técnicas de simulação numérica, pois tratar esses casos diretamente de forma analítica através da teoria dos modos acoplados pode ser bastante trabalhoso.

Como alternativa, pode-se utilizar o modelo de multicamadas, que possibilita a análise de grades com qualquer perfil de índice de refração, desde que o mesmo possa ser discretizado e aproximado como uma seqüência de camadas homogêneas. A desvantagem seria o custo computacional elevado, pois é necessário considerar um grande número de camadas para ter uma boa precisão dos resultados [14].

Outra possibilidade seria o uso do método das seções uniformes [14][30]-[33], o qual se baseia no fato de que em grades não uniformes os parâmetros como $n_{eff}(z)$ e $\Delta n(z)$ possuem variações muito lentas, observáveis apenas em comprimentos muito maiores que o período de modulação. Neste método a grade é dividida em seções dentro das quais esses parâmetros permanecem constantes, de modo que cada seção pode ser aproximada por uma grade uniforme representada por uma matriz de transferência. Logo, a matriz de transferência de toda a estrutura (e conseqüentemente a refletividade da grade) pode ser obtida através do produtório de todas as matrizes das seções que a integram.

2.3.2 – Aplicações em Sensoriamento

O perfil de índice de refração de uma grade de Bragg uniforme (caracterizado por n_{eff} , Δn e Λ) assim como o seu comprimento L , pode variar de acordo com estímulos externos que esta receber, levando o seu espectro de refletividade a variar também. Assim a grade pode atuar como elemento sensor de qualquer grandeza física que cause essas variações, como a temperatura e a deformação, ou mesmo outras grandezas indiretas que podem ser derivadas destas, como força, pressão, aceleração, deslocamento, vibração, corrente elétrica, dentre outras. Esses estímulos irão provocar uma variação do espectro de refletividade da grade, que sendo monitorado nos fornecerá a intensidade de tais estímulos.

Sensores baseados em fibras ópticas são especialmente indicados para aplicações em situações não convencionais, onde a grandeza a ser medida encontra-se em ambientes perigosos e severos, como os encontrados em presença

de gases e líquidos inflamáveis e/ou altos índices de interferência eletromagnética [4][31][34]. A grande vantagem dos sensores baseados em grade de Bragg em relação a outros em fibra óptica, é que nestes, a informação a ser medida está contida no espectro de refletividade, tornando-os independentes de flutuações de luz, e conseqüentemente, independentes de perdas em conexões, acopladores e potência óptica da fonte [4][34].

2.3.2.1 – Dependência do λ_B com a Deformação e a Temperatura

Deformações mecânicas e/ou variações de temperatura em uma grade, acarretam em mudanças na periodicidade espacial Λ e no índice de refração médio n_{eff} desta, e conseqüentemente em seu comprimento de onda de Bragg λ_B , de acordo com a lei de Bragg definida na equação (2.25). De forma que, para pequenas variações dessas grandezas (deformação e temperatura), o deslocamento do λ_B pode ser aproximado por [2][4][31]-[35]:

$$\Delta\lambda_B(L,T) = 2\left(\Lambda \frac{\partial n_{eff}}{\partial L} + n_{eff} \frac{\partial \Lambda}{\partial L}\right)\Delta L + 2\left(\Lambda \frac{\partial n_{eff}}{\partial T} + n_{eff} \frac{\partial \Lambda}{\partial T}\right)\Delta T, \quad (2.30)$$

onde L é o comprimento da grade e T é a temperatura.

O primeiro termo na equação (2.30) representa o efeito de pequenas deformações sobre a grade. Para uma deformação do tipo longitudinal, este termo também pode ser representado por:

$$\Delta\lambda_B(s) = \lambda_{B0} \left\{ 1 - \frac{n_{eff0}^2}{2} [p_{12} - \nu(p_{11} - p_{12})] \right\} \cdot s, \quad (2.31)$$

Onde λ_{B0} e n_{eff0} são respectivamente, o comprimento de onda de Bragg e o índice de refração médio da grade, antes da deformação. p_{11} e p_{12} são os componentes do tensor óptico-mecânico, e ν é a razão de Poisson. Para uma fibra óptica de germânio-silicato os valores típicos são $\nu = 0.16$, $p_{11} = 0.133$ e $p_{12} = 0.252$.

O termo s na equação (2.31) corresponde à deformação longitudinal relativa por unidade de comprimento, definida como:

$$s = \frac{\Delta L}{L_0}, \quad (2.32)$$

sendo ΔL a variação no comprimento da grade, e L_0 o comprimento da mesma antes da deformação.

O segundo termo na equação (2.30) representa o efeito da temperatura sobre a grade. Para uma pequena variação de temperatura de ΔT , este termo também pode ser representado por:

$$\Delta\lambda_B(\Delta T) = \lambda_{B0}(\alpha_\Lambda + \alpha_n) \cdot \Delta T, \quad (2.33)$$

onde α_Λ e α_n são o coeficiente de expansão térmica e o coeficiente termo-óptico, respectivamente. Para uma fibra óptica de germânio-silicato os valores típicos são $\alpha_\Lambda = 0.55 \times 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ e $\alpha_n = 8.6 \times 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$.

PARTICLE SWARM OPTIMIZATION

3.1 – Introdução

Este método de otimização estocástico foi desenvolvido na década de 90 por Kennedy e Eberthart através de uma metáfora do comportamento social de aves [36]. O mesmo é baseado em um modelo simplificado da teoria de enxames (*swarm theory*) onde, por exemplo, bandos de pássaros e/ou cardumes de peixes em busca de alimento em uma determinada região, fazem uso da experiência individual acumulada por cada indivíduo (partícula), bem como pelo resultado da experiência acumulada pelo grupo (enxame).

Nesta metáfora, cada partícula corresponde a uma posição, ou alternativa de solução, no espaço de busca (domínio) de um dado problema de otimização (função a ser otimizada), e tem associado um valor (contradomínio), indicando sua avaliação em relação à solução do problema (posição do ótimo), e um deslocamento que define a direção de seu movimento. Estas partículas movem-se sob ação de três influências (vetores) que se compõem aditivamente, e que recebem os nomes de inércia, memória e cooperação. O primeiro vetor impele a partícula numa direção idêntica à que ela vinha seguindo. O segundo vetor atrai a partícula na direção da melhor posição até o momento ocupada pela partícula durante a sua vida. O terceiro vetor atrai a partícula na direção do melhor ponto do espaço até o momento descoberto pelo enxame.

Esta técnica veio a mostrar-se competitiva em relação a outras heurísticas de otimização, haja vista que as aplicações presentes na literatura evidenciam a capacidade do algoritmo na solução de diferentes problemas em engenharia, que freqüentemente são não lineares, multidimensionais e apresentam muitos máximos e mínimos locais [17][18]. Tudo isso através de conceitos simples que envolvem baixos requisitos computacionais comparados a outros algoritmos clássicos, como por exemplo, AG (algoritmo genético) [18].

3.2– Algoritmo Básico

Inicialmente a cada partícula é atribuído um deslocamento e uma posição de forma aleatória dentro do espaço de busca do problema, e a cada iteração, ou intervalo de tempo, este deslocamento e esta posição são atualizados de acordo com as equações (3.1) e (3.2).

$$dx_i = w \cdot dx_{i-1} + k_1 \cdot rnd_1 \cdot (x_m - x_{i-1}) + k_2 \cdot rnd_2 \cdot (x_c - x_{i-1}) \quad (3.1)$$

$$x_i = x_{i-1} + dx_i, \quad (3.2)$$

onde:

i é o índice da iteração, com analogia ao intervalo de tempo atual;

x_i é o vetor posição atual da partícula;

x_{i-1} é o vetor posição anterior da partícula;

dx_i é o vetor deslocamento atual da partícula;

dx_{i-1} é o vetor deslocamento anterior da partícula;

x_m é a melhor posição encontrada pela partícula durante a sua vida;

x_c é a melhor posição encontrada pelo enxame até aquele momento;

w , k_1 e k_2 são coeficientes ou pesos agindo nos termos de inércia, memória e cooperação respectivamente;

rnd_1 e rnd_2 são números aleatórios oriundos de uma distribuição uniforme no intervalo $[0, 1]$, os mesmos provocam uma perturbação na trajetória de cada partícula, que demonstrou-se benéfica para a exploração do espaço e a descoberta da solução ótima;

O objetivo dos coeficientes w , k_1 e k_2 é controlar o grau de influência que cada um dos três termos da equação (3.1) (inércia, memória e cooperação) tem na atualização das posições das partículas. De forma que, um valor alto para w facilita um comportamento mais global, enquanto um valor baixo facilita um comportamento mais local, e k_1 e k_2 indicam o quanto uma partícula confia em si e no enxame respectivamente. Estes devem ser ajustados de acordo com o problema, no entanto alguns autores propõem que sejam adotados $0.7 < w < 1.4$ e $k_1 = k_2 = 2.0$ [37].

A Figura 3.1 ilustra o deslocamento de uma partícula durante uma iteração do algoritmo. Observe que o mesmo é determinado pela soma dos vetores de inércia, memória e cooperação.

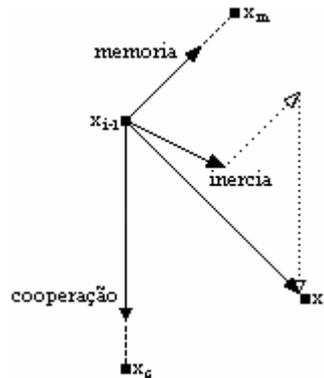


Fig. 3.1: Movimento de uma partícula.

Para evitar que os deslocamentos das partículas cresçam de forma excessiva impossibilitando a convergência do enxame, costuma-se definir um limite para os mesmos. Kennedy e Eberhart sugeriram em seu artigo [38], que este valor seja o intervalo máximo de cada variável ou dimensão. Conforme mostrado abaixo:

$$dx_{\max} = x_{\max} - x_{\min}, \quad (3.3)$$

onde:

x_{\max} é o limite superior do espaço de busca, em cada dimensão;

x_{\min} é o limite inferior do espaço de busca, em cada dimensão;

O algoritmo pode ser resumido nas etapas mostradas na Figura 3.2.

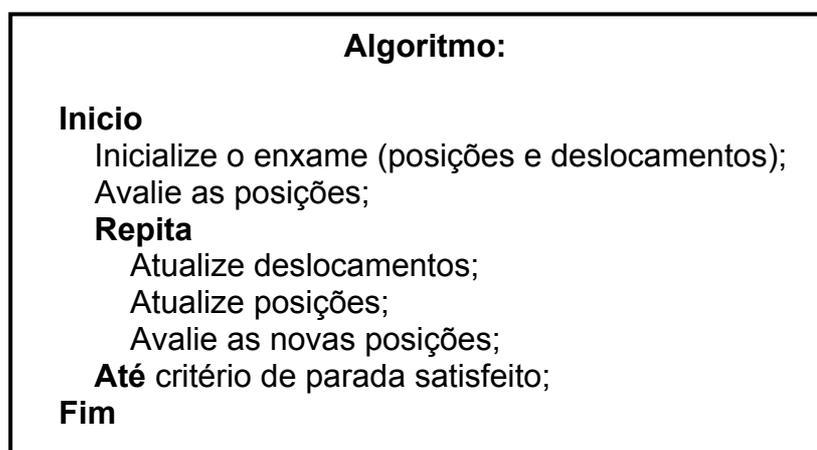


Fig. 3.2: Algoritmo simplificado do PSO.

3.3– Controle de Convergência

As experiências com o PSO simples mostraram que, se o método parecia ter propriedades interessantes em convergir para a zona do ótimo, apresentavam imensas dificuldades para afinar essa convergência, fundamentalmente porque a velocidade das partículas (determinada pelo seu deslocamento) continuava excessiva quando se pretendia que ela se suavizasse de forma a se aproximar cada vez com maior precisão do ponto ótimo.

Rapidamente compreendeu-se que seria útil conceber um mecanismo que fosse gradualmente reduzindo a velocidade das partículas, à medida que essas se aproximassem da solução final. Diversos desses mecanismos foram desenvolvidos, de modo que aqui serão discutidos alguns deles.

3.3.1 – Variação Linear da Inércia

Como um dos principais agentes deste mau comportamento é o termo de inércia, que tende a manter o movimento da partícula na mesma direção de seu deslocamento anterior, Erberhard e Shi propuseram em seu artigo [39] a aplicação neste termo de um coeficiente de inércia w_i decrescente com o avanço das iterações. Desta forma, um alto valor deste coeficiente no início do processo levaria a uma melhor exploração do espaço, e à medida que o processo evoluiria, o valor de w_i diminuiria, e como consequência a influência relativa dos dois outros termos (memória e cooperação) aumentaria, levando a convergência do enxame. Neste mesmo artigo, Erberhard e Shi propuseram, de forma empírica, uma variação linear deste coeficiente de 0.9 a 0.4.

De uma forma geral, uma variação linear e decrescente do coeficiente de inércia w_i com o avanço das iterações, pode ser obtida através de:

$$w_i = w_{\max} - \frac{i-1}{N-1}(w_{\max} - w_{\min}), \quad (3.4)$$

onde:

w_{\max} é o valor do coeficiente de inércia na primeira iteração, onde $i = 1$;

w_{\min} é o valor do coeficiente de inércia na última iteração, onde $i = N$;

3.3.2 – Coeficiente de Constrição

Clerc e Kennedy [40] sugeriram um redutor de velocidade diferente, designado de coeficiente de constrição. Este fator, que é função dos coeficientes de memória k_1 e cooperação k_2 , multiplica a equação (3.1) do deslocamento, limitando-a. Logo:

$$dx_i = k \cdot [dx_{i-1} + k_1 \cdot rnd_1() \cdot (x_m - x_{i-1}) + k_2 \cdot rnd_2() \cdot (x_c - x_{i-1})], \quad (3.5)$$

sendo,

$$k = \frac{2}{|2 - \varphi - \sqrt{\varphi^2 - 4\varphi}|}, \quad (3.6)$$

e

$$\varphi = k_1 + k_2 > 4. \quad (3.7)$$

3.3.3 – Variação Não Linear da Inércia

Chatterjee e Siarry [41] apresentaram uma nova proposta para o cálculo da variação da inércia. Em vez de aplicar uma variação decrescente linear, foi sugerida uma variação de acordo com a seguinte expressão:

$$w_i = w_{\max} - \left(\frac{i-1}{N-1} \right)^n (w_{\max} - w_{\min}), \quad (3.8)$$

onde

w_{\max} é o valor do coeficiente de inércia na primeira iteração, onde $i = 1$;

w_{\min} é o valor do coeficiente de inércia na última iteração, onde $i = N$;

n é o expoente de não linearidade;

Com esta expressão, a influência da inércia pode ser mais bem controlada. De forma que a variação linear proposta por Erberhard e Shi torna-se um caso particular desta, quando o expoente de não linearidade assume o valor unitário.

A Figura 3.3 ilustra o comportamento de w_i como função de n :

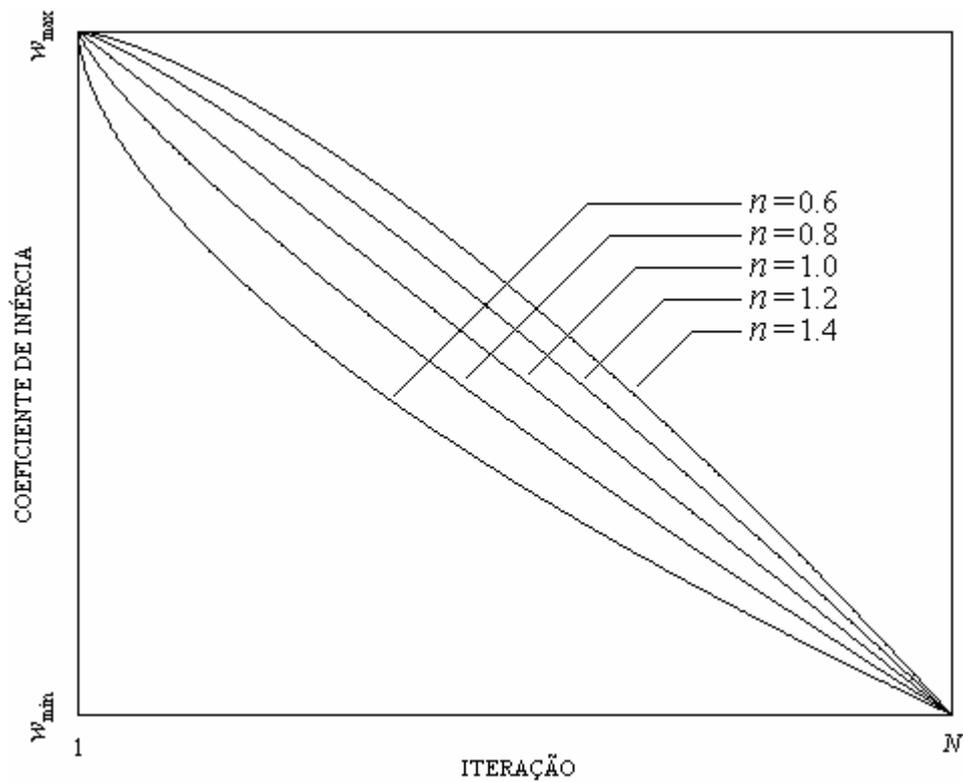


Fig. 3.3: Variação do coeficiente de inércia w_i em função da iteração i e do expoente n .

3.4– Otimização com Variáveis Discretas

Originalmente o PSO foi concebido para tratar com variáveis contínuas, porém o mesmo pode ser facilmente expandido e tornar-se muito eficiente na resolução de problemas com variáveis discretas, desde que sejam feitas algumas modificações no algoritmo. Por exemplo, a posição de cada partícula pode ser arredondada para o valor discreto mais próximo.

3.5– Exemplo de Otimização

Como exemplo, nesta seção o algoritmo do PSO será empregado na maximização da seguinte função de teste, no domínio de $[0, 1]$ em ambas as dimensões:

$$f(x, y) = \frac{1}{2} [\cos(16\pi \cdot x) + \cos(16\pi \cdot y)] \cdot e^{-\frac{7}{2} \left[\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \left(y - \frac{1}{2}\right)^2 \right]}. \quad (3.9)$$

Cujo máximo está em:

$$f_{\max}\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right) = 1 \quad (3.10)$$

Esta função foi criada de modo que seu gráfico, visualizado na Figura 3.4, tenha um aspecto semelhante a alguns gráficos gerados por funções em duas dimensões que são otimizadas em projetos de filtros ópticos multicamadas [14].

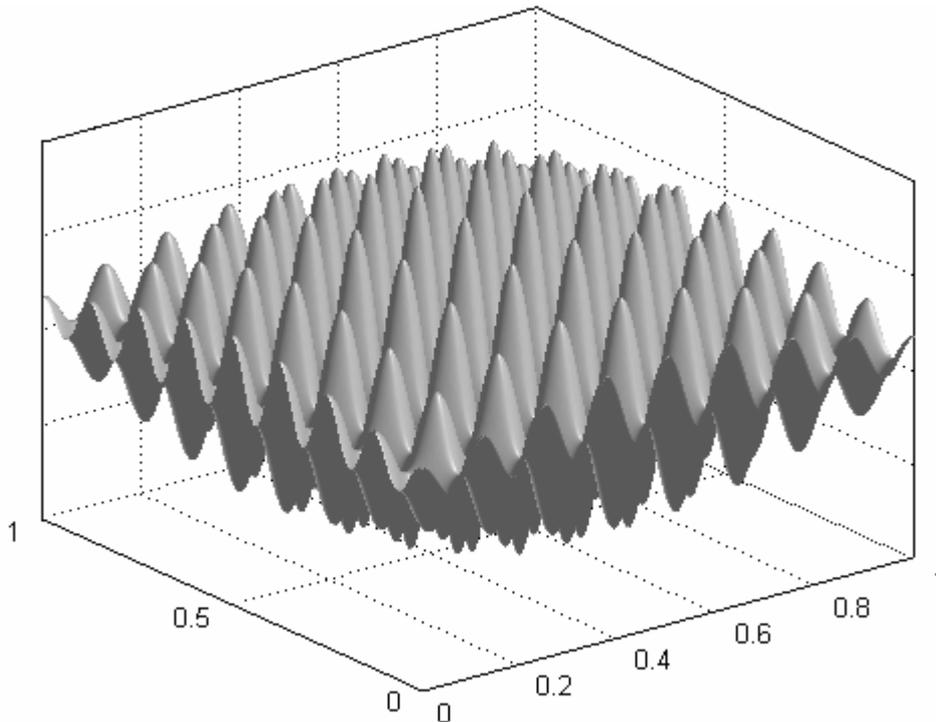


Fig. 3.4: Gráfico da função (3.9) exposta no domínio de $[0, 1]$ em ambas as dimensões.

O PSO foi testado com um enxame inicial e fixo de 30 partículas em 300 iterações num total de 1000 execuções. Em cada uma das execuções, utilizaram-se coeficientes de memória e cooperação iguais a 2.0, e uma variação linear do coeficiente de inércia de 0.9 a 0.4. Ao final, extraiu-se a média e o desvio padrão dos valores máximos encontrados:

Tab. 3.1: Dados estatísticos.

Média	0.999894
Desvio Padrão	0.0023649

A Figura 3.5 exibe a evolução de uma das execuções, onde se observa claramente a convergência do algoritmo de forma rápida em direção ao ótimo, representado pela marca x em azul.

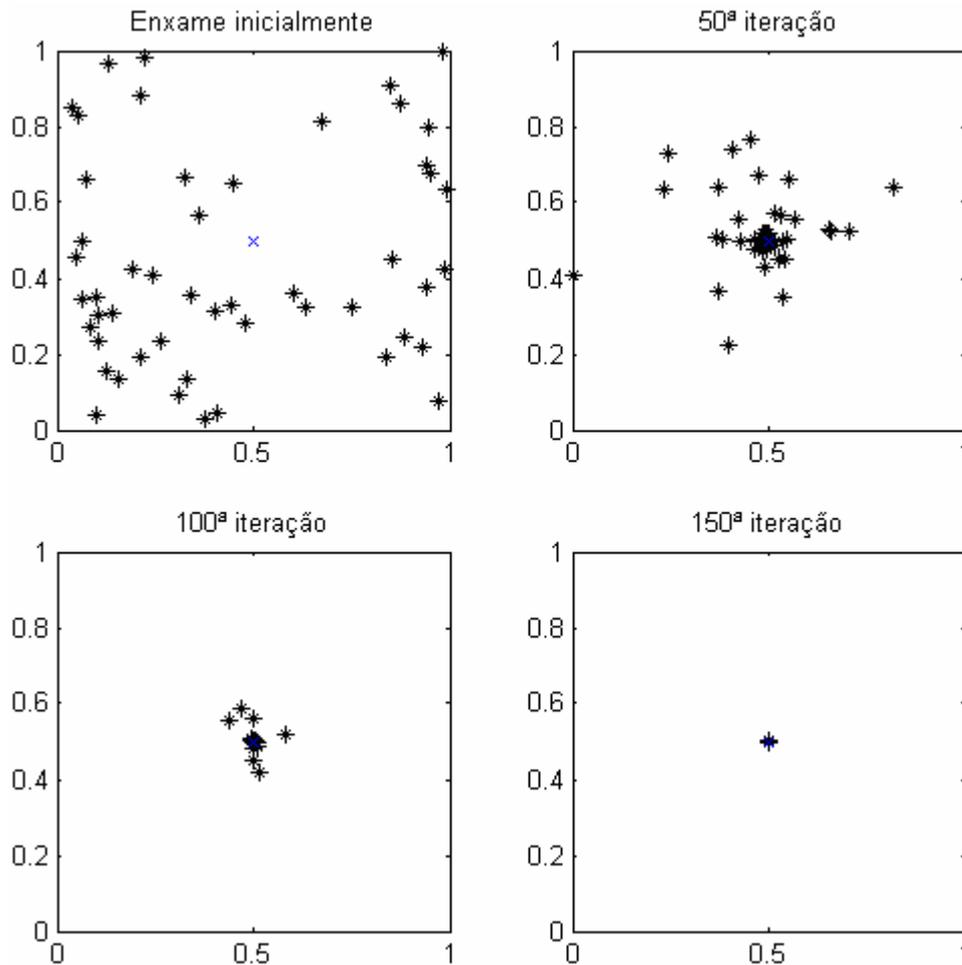


Fig. 3.5: Evolução do PSO, onde cada ponto em preto representa uma partícula dentro do espaço de busca, e o x em azul é a posição do ótimo.

CONTRIBUIÇÕES

4.1 – Introdução

Nos capítulos anteriores, alguns métodos de análise de filtros ópticos e o PSO foram apresentados. Resta mostrar como esses conhecimentos podem ser combinados na forma de técnicas que contribuam tanto no campo de análise como no campo de projeto desses tipos de filtros. Para tanto, a seção 4.2 introduz uma abordagem para projetos de filtros multicamadas, que utiliza a técnica de otimização estocástica discutida no Capítulo 3. E na seção 4.3, é exposto um modelo matemático (o qual foi criado pelo autor deste trabalho) que descreve o comportamento óptico de um filtro FBG quando submetido a uma deformação.

4.2 – Projetos de filtros ópticos multicamadas utilizando o PSO

4.2.1 – Definição do problema

O projeto de filtros ópticos multicamadas consiste basicamente na escolha adequada de uma combinação de valores (correspondente a parâmetros como índice de refração e espessura de cada uma das camadas) que representem um filtro cujo espectro de refletividade seja o mais próximo possível do desejado para um dado meio, ângulo de incidência e tipo de polarização da luz. A Figura 4.1 ilustra essa situação.

Com base nisso, cada combinação desses valores corresponde a uma alternativa de solução no espaço de busca do problema (solução candidata), dado pela equação (4.1), que pode ser boa ou não. Onde esta avaliação ou qualificação é medida pelo valor de uma função de mérito, cujo único objetivo é determinar o quão próximo se está da solução desejada.

Neste trabalho, esta função é definida como o inverso do erro médio quadrático entre a curva de refletividade obtida pelo filtro (solução que está sendo analisada) e a curva de refletividade desejada para o mesmo. Como mostrado na equação (4.2).

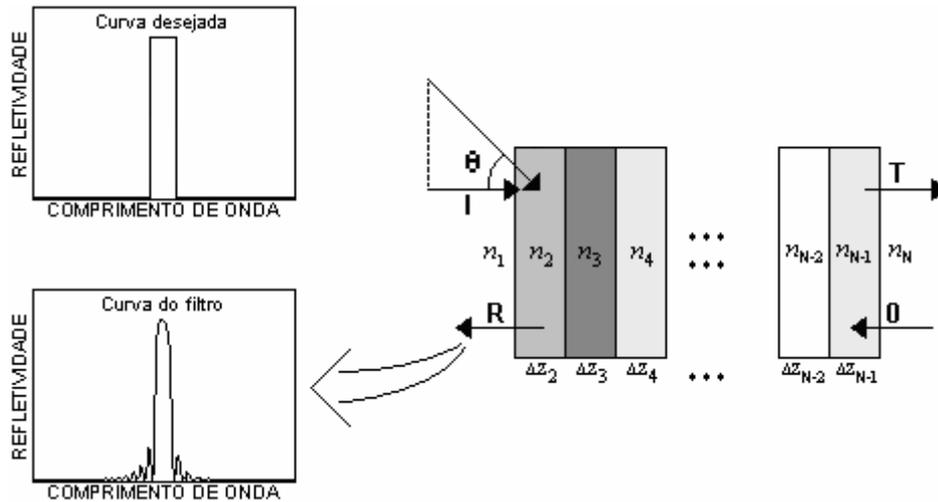


Fig. 4.1: Projeto de um Filtro multicamadas.

$$x = (n_2, \Delta z_2, n_3, \Delta z_3, \dots, n_{N-1}, \Delta z_{N-1}) \quad (4.1)$$

$$F(x) \hat{=} \frac{N_A}{\sum_{i=1}^{N_A} [\Gamma(\lambda_i, x) - \Gamma_D(\lambda_i)]^2}, \quad (4.2)$$

onde:

x é o vetor de parâmetros, ou variáveis, do filtro. Representa um ponto no domínio da função $F(x)$;

N_A é o número de amostras usadas para definir a curva de refletividade em função do comprimento de onda;

i é o índice da amostra;

$\Gamma(\lambda_i, x)$ é o valor de refletividade, obtida pelo filtro x , no comprimento de onda λ_i ;

$\Gamma_D(\lambda_i)$ é o valor de refletividade, desejada para o filtro a ser projetado, no comprimento de onda λ_i ;

Observe que para o cálculo da função $F(x)$, definida na equação (4.2), é necessária a obtenção da curva de refletividade $\Gamma(\lambda, x)$ de um filtro x . Curva esta, que pode ser obtida através do método de análise de filtros multicamadas apresentado na seção 2.2.

Cada ponto (definido na equação 4.1) no domínio da função $F(x)$, corresponde a uma possibilidade de filtro multicamadas, cuja imagem (definida na equação 4.2) o qualifica em relação ao filtro desejado. Logo, por uma visão matemática, o ato de projetar filtros se reduz simplesmente na otimização da função $F(x)$. Ou seja, o ponto x no domínio, cuja função $F(x)$ é máxima, corresponde ao filtro que mais se aproxima do almejado no projeto.

O método utilizado para maximizar a função $F(x)$, neste trabalho, foi PSO, por ser uma ferramenta de otimização de bom desempenho com baixos requisitos computacionais, que veio a mostrar-se competitiva em relação a outras heurísticas já usadas em classes de problemas como esse, onde a função a ser otimizada é n -dimensional, não linear, e com muitos máximos e mínimos locais.

4.2.2 – Projetos

Nesta parte do trabalho, encontram-se alguns projetos de filtros ópticos multicamadas utilizando o PSO como método de otimização. Em todos eles, foram empregados na composição das camadas, apenas um entre dois tipos de materiais de índices de refração diferentes e alternados. Materiais esses, considerados não magnéticos, sem perdas e com índice de refração constante dentro da faixa espectral de análise. Para efeito de comparação dos resultados, a escolha desses materiais, assim como as especificações de cada um dos projetos, foram feitos com base em outros projetos semelhantes encontrados na literatura [14][15][16].

O PSO foi executado, em cada um dos projetos, em no máximo 1000 iterações com um enxame inicial e fixo de 50 partículas. Utilizaram-se também em sua configuração, coeficientes de memória e cooperação iguais a 2.0, e uma variação linear do coeficiente de inércia de 0.9 a 0.4.

4.2.2.1 – Coberturas antirefletoras

O projeto 1 e o projeto 2 consistem de filtros ópticos chamados de coberturas antirefletoras. Este tipo de cobertura é normalmente aplicado à superfície das lentes e outros dispositivos óticos para reduzir a reflexão indesejada. Isto melhora a eficiência do sistema, já que menos luz é desperdiçada.

4.2.2.1.1 – Projeto 1

O objetivo é reduzir a zero a refletividade de um substrato de índice de refração 4, na região espectral que vai de $7.7\mu\text{m}$ a $12.3\mu\text{m}$. As especificações deste projeto são detalhadas na tabela 4.1.

Tab. 4.1: Parâmetros do projeto 1.

Faixa espectral	$7.7\mu\text{m}$ a $12.3\mu\text{m}$
Ângulo de incidência	0°
Cobertura	1.0
Substrato	4.0
Índice de refração das camadas	2.2 ou 4.2
Número de camadas	4
Espessura mínima por camada	$0.01\mu\text{m}$
Espessura máxima por camada	$5.60\mu\text{m}$

A Figura 4.2 mostra a curva de refletividade otimizada, representando uma cobertura antirrefletora cuja refletividade média é 2.086 %, e a Figura 4.3 exibe o perfil de índice de refração do filtro sintetizado.

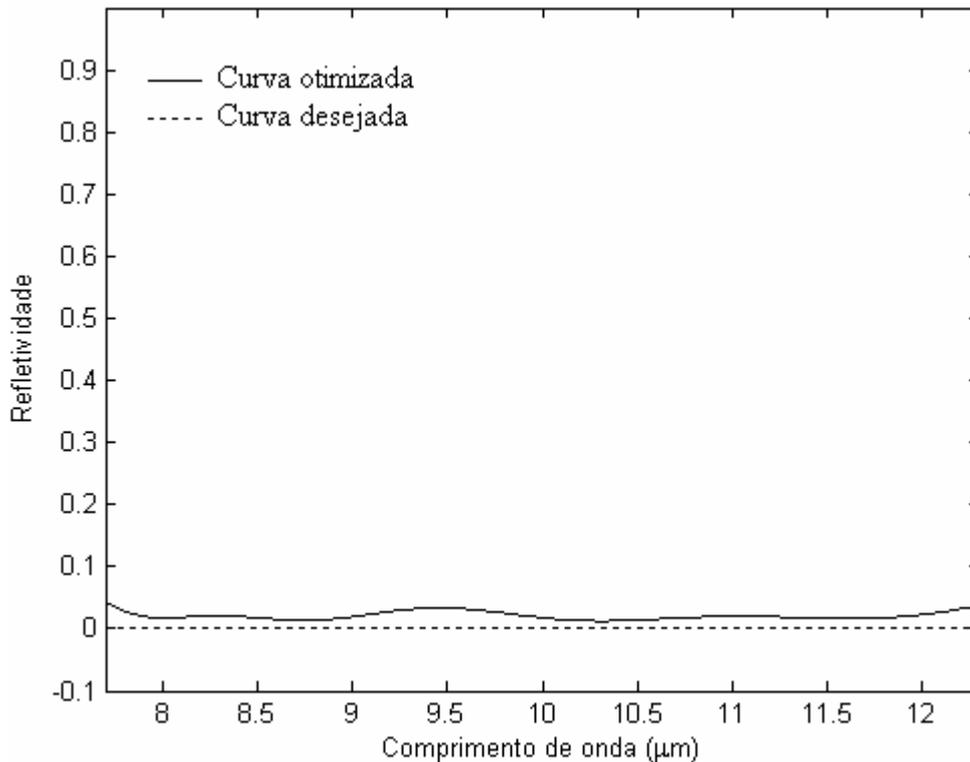


Fig. 4.2: Espectro de refletividade do filtro, obtido no projeto 1.

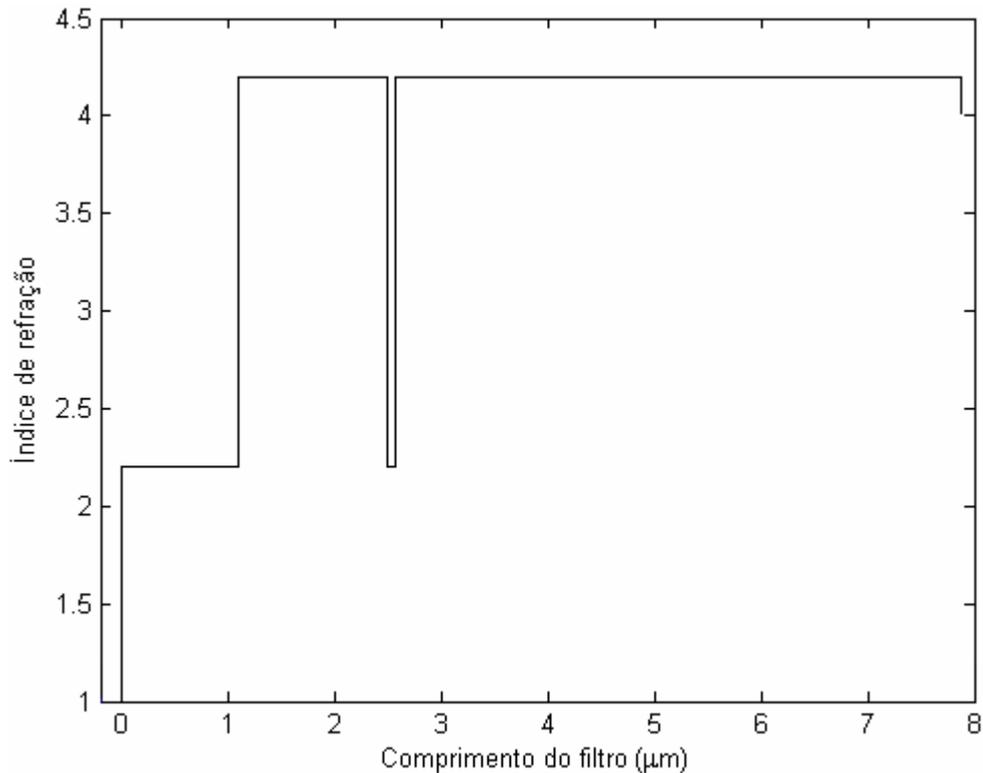


Fig. 4.3: Perfil de índice de refração do filtro, obtido no projeto 1.

4.2.2.1.2– Projeto 2

Este projeto de cobertura antirrefletora também é para um substrato de índice de refração 4, porém em outra região do espectro eletromagnético (2.5 μ m a 5.5 μ m), usando outros materiais. As especificações deste novo projeto encontram-se na tabela 4.2.

Tab. 4.2: Parâmetros do projeto 2.

Faixa espectral	2.8 μ m a 5.5 μ m
Ângulo de incidência	0°
Cobertura	1.0
Substrato	4.0
Índice de refração das camadas	1.35 ou 2.4
Número de camadas	8
Espessura mínima por camada	0.01 μ m
Espessura máxima por camada	0.70 μ m

A Figura 4.4 mostra o espectro de refletividade do filtro otimizado, tendo como resultado uma cobertura antirrefletora cuja refletividade média é de apenas 0.753 %, e a Figura 4.5 mostra o perfil de índice de refração encontrado.

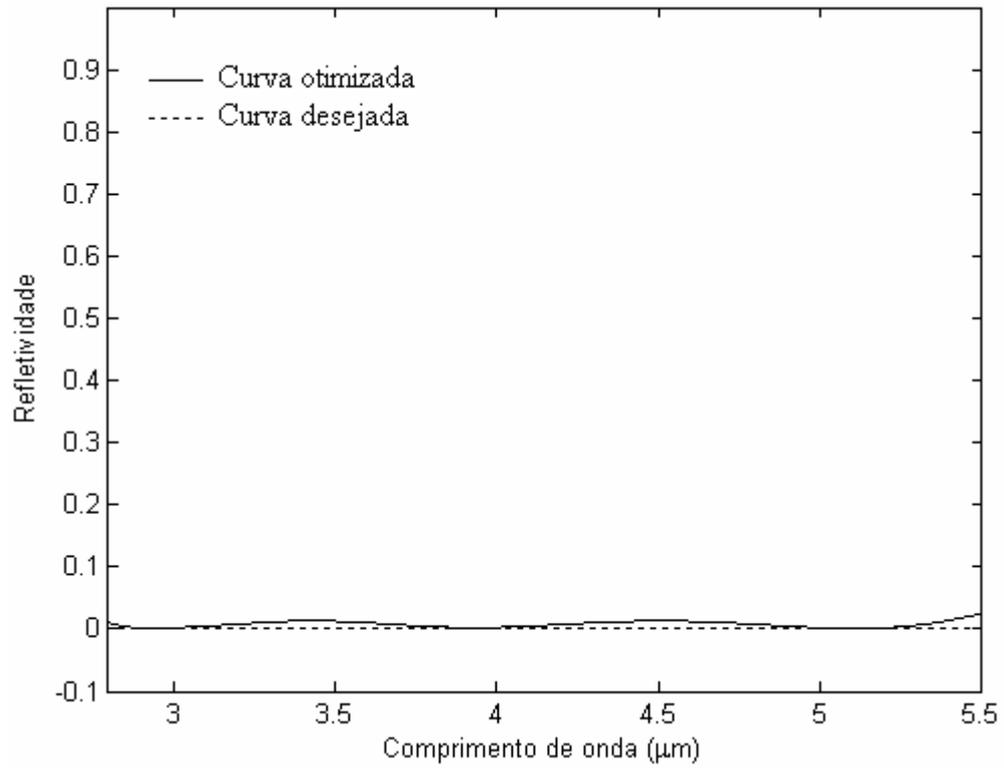


Fig. 4.4: Espectro de refletividade do filtro, obtido no projeto 2.

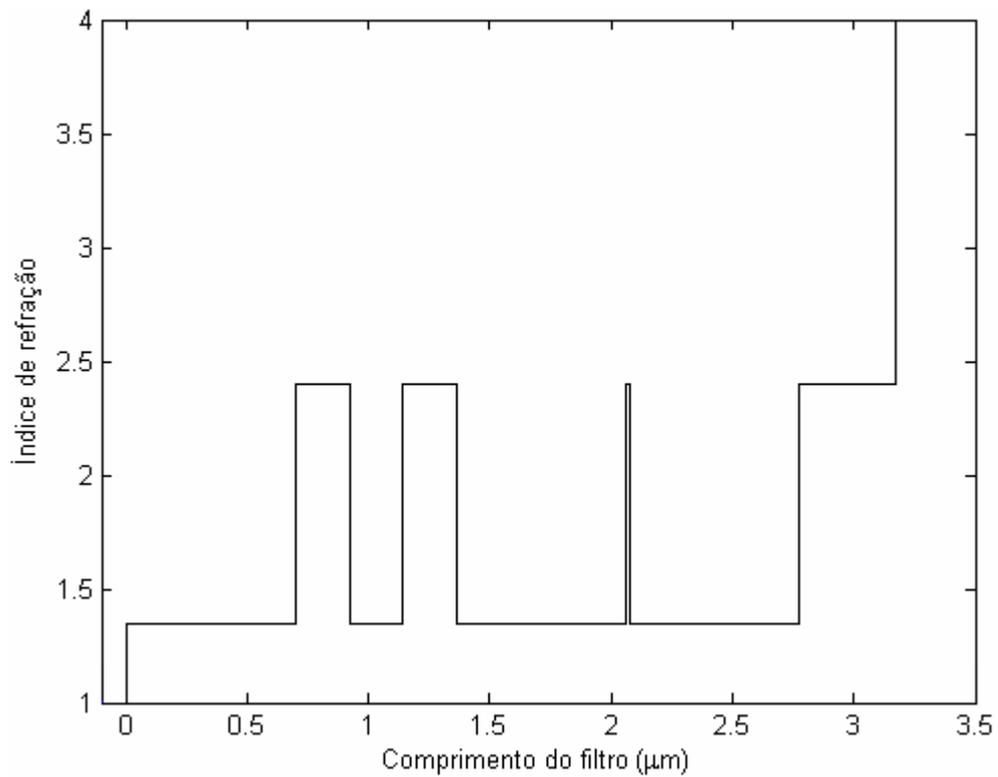


Fig. 4.5: Perfil de índice de refração do filtro, obtido no projeto 2.

4.2.2.2 – Filtros ópticos para aplicações em sensores

Os filtros ópticos multicamadas podem ser aplicados na interrogação de comprimento de onda em sistema de sensoriamento. Através de espectros em forma de rampa, pode-se converter grandezas expressas por desvios na frequência para grandezas expressas por variações de potência óptica, que é algo mais simples de detectar [42].

4.2.2.2.1 – Projeto 3

Este projeto trata de um filtro imerso no ar cujo espectro de refletividade se assemelha a uma rampa ascendente no intervalo de 0.4 μm a 0.7 μm , possuindo refletividades mínima e máxima de 0% e 100% respectivamente. As especificações do projeto encontram-se na tabela 4.3, a curva de refletividade obtida na Figura 4.6, e o perfil de índice de refração na Figura 4.7.

Tab. 4.3: Parâmetros do projeto 3.

Faixa espectral	0.4 μm a 0.7 μm
Ângulo de incidência	0°
Cobertura	1.0
Substrato	1.0
Índice de refração das camadas	1.0583 ou 1.68
Número de camadas	15
Espessura mínima por camada	0.05 μm
Espessura máxima por camada	0.35 μm

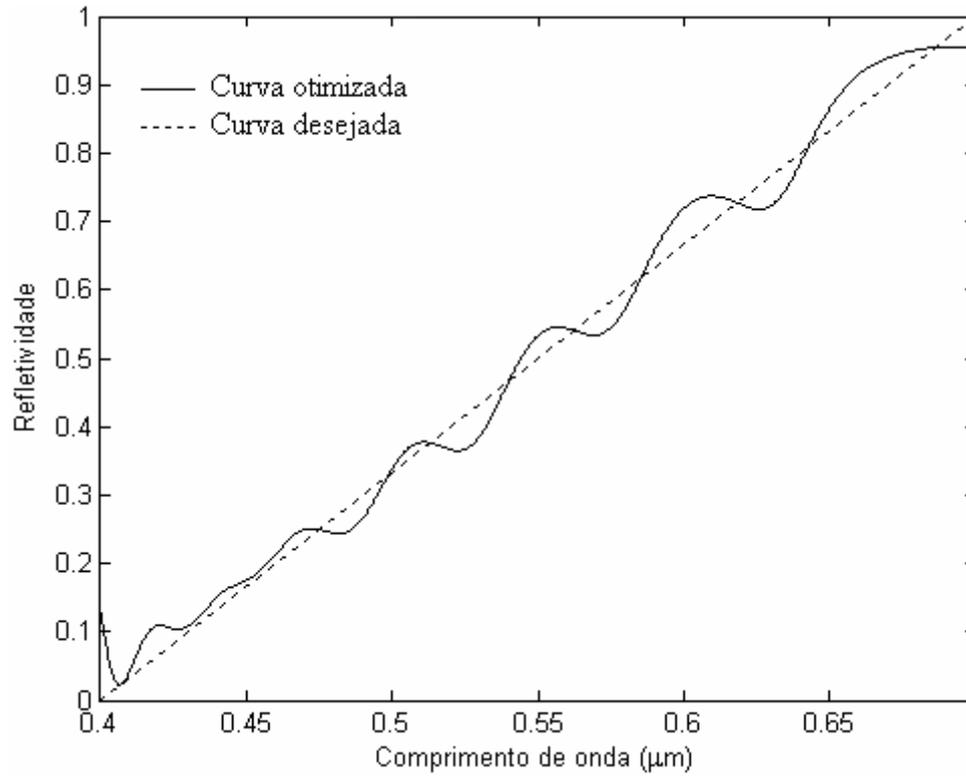


Fig. 4.6: Espectro de refletividade do filtro, obtido no projeto 3.

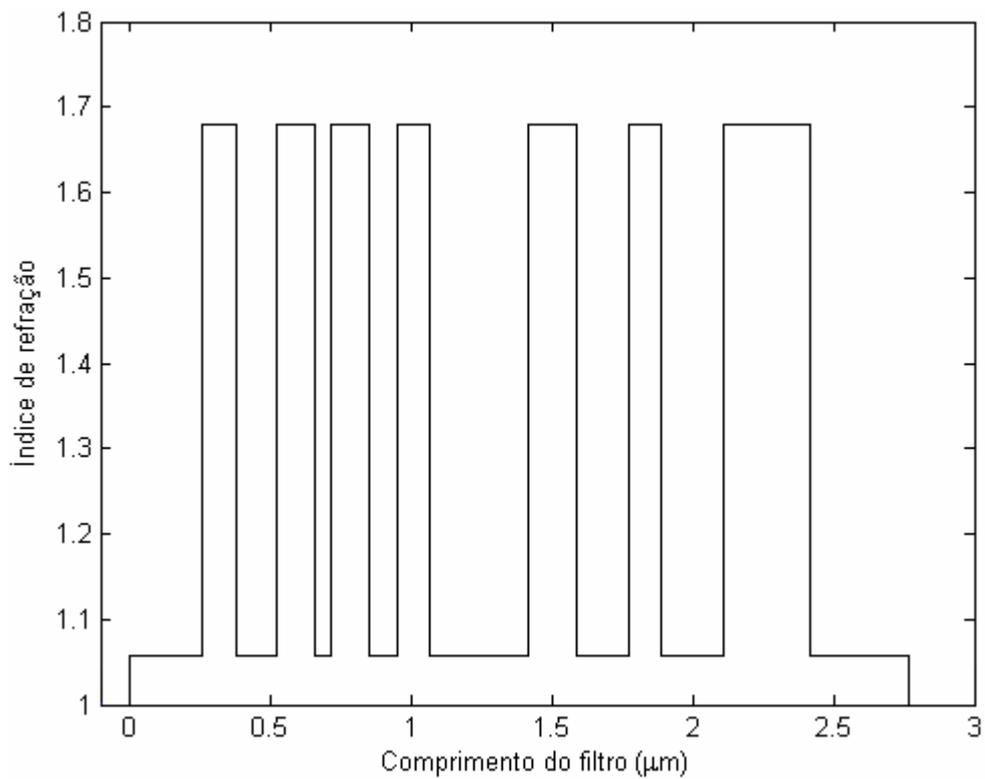


Fig. 4.7: Perfil de índice de refração do filtro, obtido no projeto 3.

4.2.2.3 – Filtros ópticos não convencionais

Nesta parte da seção é apresentado um projeto que apesar de aparentemente não ter aplicações práticas, consiste em um desafio para o algoritmo de otimização. Assim, pode-se avaliar a eficiência da técnica para projetos não convencionais.

4.2.2.3.1 – Projeto 4

Deseja-se um filtro imerso no ar capaz de refletir 50% da energia luminosa de faixa azul (considerando o seu comprimento de onda variando de $0.4 \mu\text{m}$ a $0.5 \mu\text{m}$) e 100% da energia de luz vermelha (com o seu comprimento de onda considerado entre $0.6 \mu\text{m}$ e $0.7 \mu\text{m}$), entre essas faixas, de $0.5 \mu\text{m}$ a $0.6 \mu\text{m}$, o mesmo deverá ser transparente. Abaixo temos as especificações do projeto (tabela 4.4), a correspondente curva de refletividade encontrada (Figura 4.8) e o perfil de índice de refração do filtro sintetizado (Figura 4.9).

Tab. 4.4: Parâmetros do projeto 4.

Faixa espectral	$0.4 \mu\text{m}$ a $0.7 \mu\text{m}$
Ângulo de incidência	0°
Cobertura	1.0
Substrato	1.0
Índice de refração das camadas	1.46 ou 2.1
Número de camadas	20
Espessura mínima por camada	$0.05 \mu\text{m}$
Espessura máxima por camada	$0.30 \mu\text{m}$

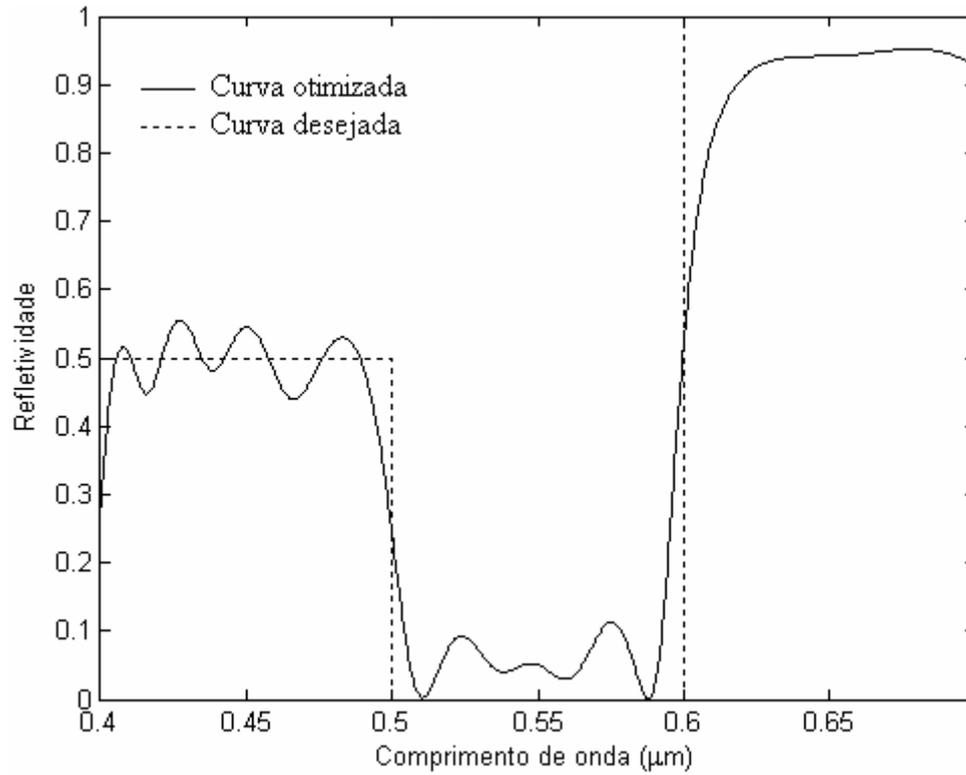


Fig. 4.8: Espectro de refletividade do filtro, obtido no projeto 4.

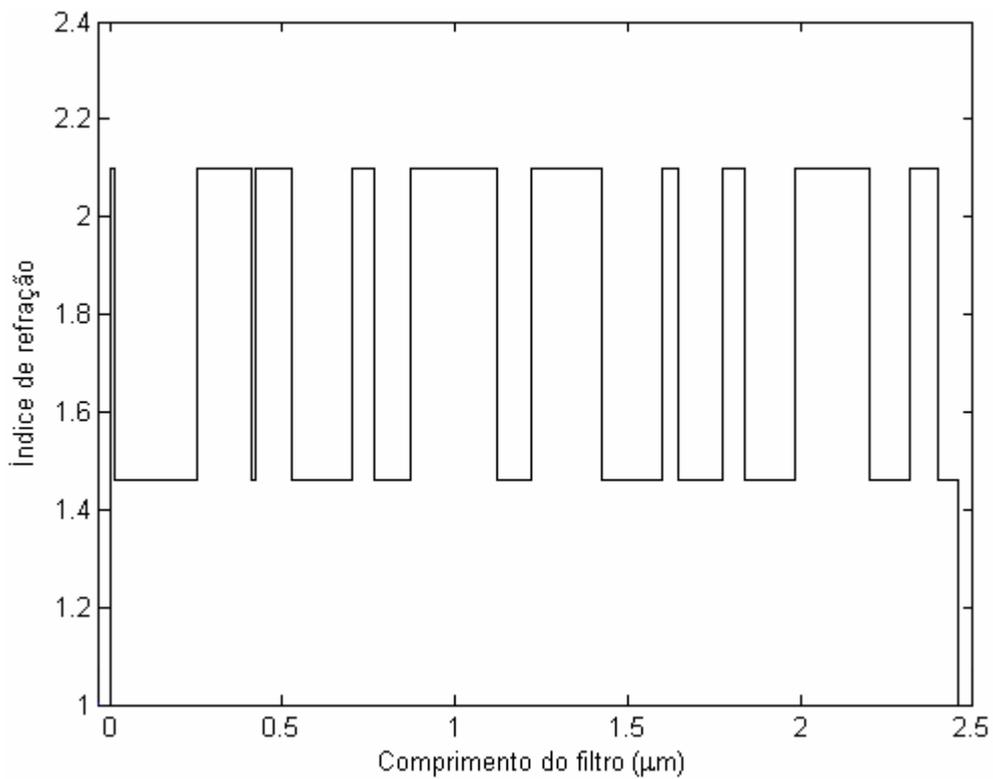


Fig. 4.9: Perfil de índice de refração do filtro, obtido no projeto 4.

4.3– Análise de deformação em filtros FBG

Como visto anteriormente, na seção 2.3, o perfil de índice de refração de um filtro FBG é dependente de grandezas extrínsecas à fibra, como deformação e temperatura. Esta propriedade possibilita a utilização das grades de Bragg como elementos sensores dessas grandezas, que podem ser medidas através do processamento do espectro do sinal refletido pela grade. Com base nisso, esta seção apresenta uma análise das propriedades ópticas de uma grade de Bragg atuando como sensor de deformação.

4.3.1 – Descrição do modelo

Defini-se a deformação longitudinal relativa por unidade de comprimento, em uma fibra óptica como:

$$s \triangleq \frac{\Delta L}{L_0}, \quad (4.3)$$

onde ΔL é a variação no comprimento da fibra, e L_0 o comprimento da mesma antes da deformação. Na Figura 4.10, essas grandezas podem ser visualizadas.

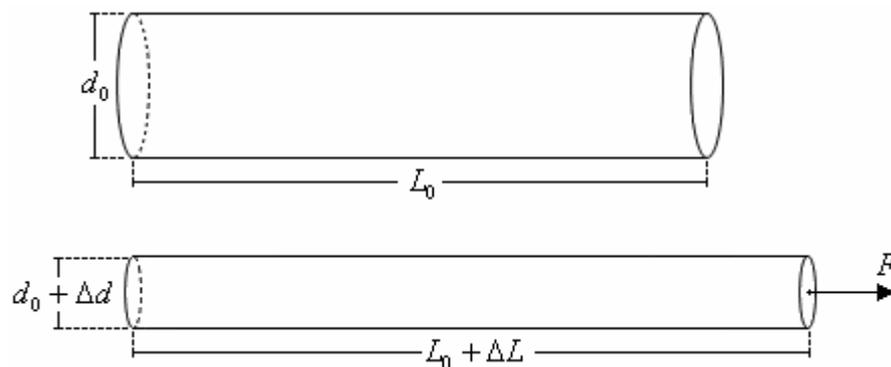


Fig. 4.10: Núcleo de uma fibra óptica submetida a uma tração longitudinal.

Seja uma grade de Bragg uniforme, de comprimento L_0 , com perfil de índice de refração dado por:

$$n_0(z) = n_{eff_0} + \Delta n_0 \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{\Lambda_0} z\right), \quad (4.4)$$

onde o subscrito 0 indica que a mesma não está submetida à nenhuma deformação.

Após a aplicação de uma deformação do tipo longitudinal na grade, ocorrem alterações tanto em seu comprimento, como em seu perfil de modulação de índice de refração. De uma forma geral, estas alterações (para pequenas deformações) podem ser descritas através de:

$$L(s) = (1 + s)L_0 \quad (4.5)$$

$$n(s, z) \hat{=} n_{eff}(s) + \Delta n(s) \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{\Lambda(s)} z\right). \quad (4.6)$$

Sendo,

$$n_{eff}(s) = \sqrt{\frac{(1 - G\nu s)n_{eff_0}^2 + [1 - (2 - G)\nu]s}{1 + (1 - 2\nu)s}} \quad (4.7)$$

$$\Delta n(s) = \frac{(1 - G\nu s)n_{eff_0} \Delta n_0}{\sqrt{[(1 - G\nu s)n_{eff_0}^2 + [1 - (2 - G)\nu]s] \cdot [1 + (1 - 2\nu)s]}} \quad (4.8)$$

$$\Lambda(s) = (1 + s)\Lambda_0, \quad (4.9)$$

onde ν é a razão de Poisson e G é um coeficiente óptico-mecânico, que para uma fibra óptica de germano-silicato valem: $\nu = 0.16$ e $G = 0.573$. Ressalta-se que este último valor, fornecido para o G , foi estimado em um tópico que será apresentado mais a frente, nesta mesma seção.

A dedução detalhada das equações (4.5) e (4.6), e conseqüentemente das equações de (4.7) a (4.9), é extensa, e por isso será apresentada na forma de apêndice.

A Figura 4.11 abaixo, mostra as mudanças em uma parte do perfil de modulação do índice de refração de uma grade de Bragg uniforme de 1 cm (a mesma que foi utilizada para gerar o espectro de refletividade mostrado na Figura 2.6) após uma deformação de 400 $\mu\text{m}/\text{m}$. E a Figura 4.12 mostra o comportamento do espectro de refletividade para esta grade, quando submetida a 10 sucessivas

elongações de 2 μm (ou deformações de 200 $\mu\text{m}/\text{m}$). Ambas as figuras, foram obtidas com base nas equações (4.5) e (4.6).

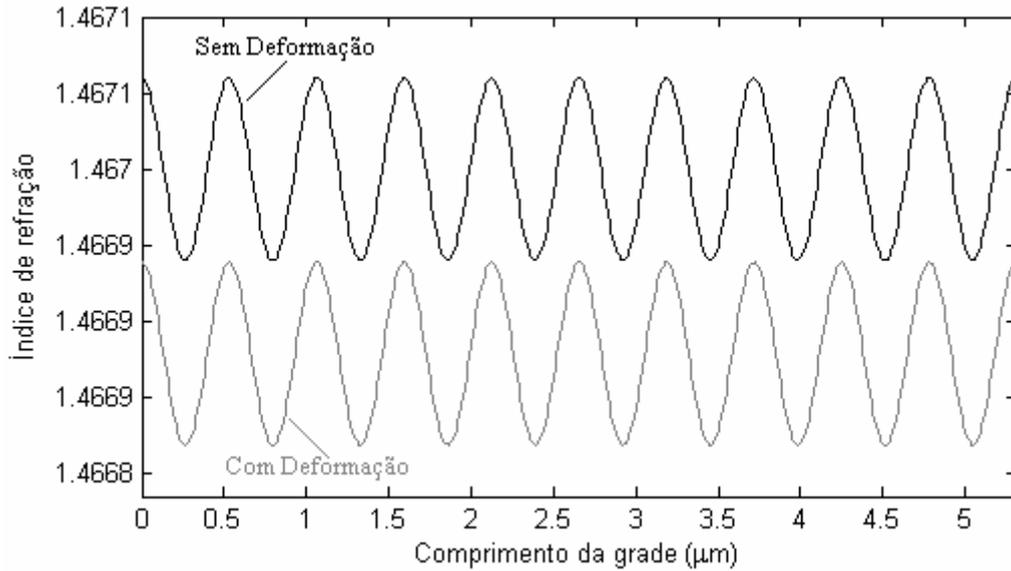


Fig. 4.11: Parte do perfil de modulação do índice de refração de uma FBG uniforme, antes e após uma deformação de 400 $\mu\text{m}/\text{m}$.

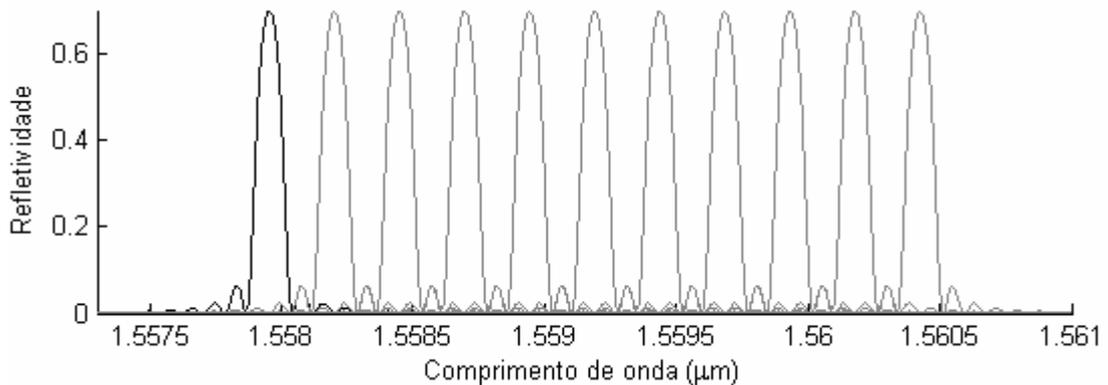


Fig. 4.12: Comportamento espectral de uma FBG uniforme, submetida a sucessivas deformações.

4.3.2 – Casos particulares

Como pôde ser observado, as equações (4.5) e (4.6) determinam o comportamento do perfil de modulação do índice de refração de uma grade de Bragg uniforme submetida a pequenas deformações longitudinais. De forma que as mesmas podem ser usadas para verificar as correspondentes mudanças produzidas em todo o espectro de refletividade desta grade. Porém também podem ser usadas

para desenvolver modelos matemáticos particulares, que descrevam apenas o comportamento de certos parâmetros específicos desse espectro, como o comprimento de onda de Bragg, a refletividade máxima e largura de banda (Figura 4.13). Sendo este, o objetivo desta subseção.

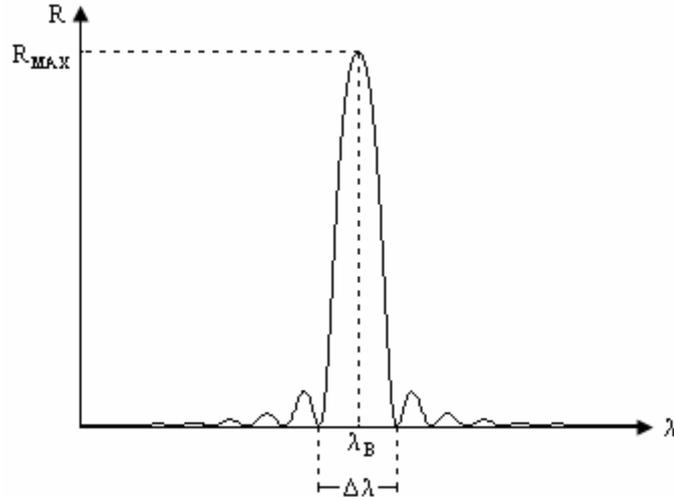


Fig. 4.13: Espectro de refletividade de uma FBG, com destaque ao comprimento de onda de Bragg, refletividade máxima e largura de banda.

Ressalta-se que a FBG utilizada para a obtenção de todos os gráficos gerados nesta subseção (com exceção ao da Figura 4.14), foi a mesma especificada para a Figura 4.11.

4.3.2.1 – O comportamento do λ_B

Baseado na lei de Bragg, equação (2.25), a dependência do λ_B com a deformação pode ser modelada da seguinte forma:

$$\lambda_B(s) = 2 \cdot n_{eff}(s) \cdot \Lambda(s). \quad (4.10)$$

Logo, substituindo (4.7) e (4.9) em (4.10), obtemos:

$$\lambda_B(s) = \frac{(1+s)}{n_{eff0}} \sqrt{\frac{(1-Gvs)n_{eff0}^2 + [1-(2-G)v]s}{1+(1-2v)s}} \cdot \lambda_{B0}, \quad (4.11)$$

sendo $\lambda_{B0} = 2 \cdot n_{eff0} \cdot \Lambda_0$, o comprimento de Bragg da grade sem deformação.

Como a expressão (4.11) só é válida para pequenas deformações, será feito uma aproximação linear da mesma, por um polinômio de Taylor de 1ª ordem em torno da origem:

$$\lambda_B(s) \cong \frac{\partial \lambda_B(0)}{\partial s} \cdot s + \lambda_B(0). \quad (4.12)$$

Resultando em:

$$\lambda_B(s) = \lambda_{B0} \left[1 - \frac{1}{2} (1 - (2 - G)v) \left(1 - \frac{1}{n_{eff0}^2} \right) \right] \cdot s + \lambda_{B0}, \quad (4.13)$$

ou, equivalentemente:

$$\frac{\Delta \lambda_B}{\lambda_{B0}} = \left[1 - \frac{1}{2} (1 - (2 - G)v) \left(1 - \frac{1}{n_{eff0}^2} \right) \right] \cdot \frac{\Delta L}{L_0}. \quad (4.14)$$

A expressão (4.13) ou (4.14) acima, descreve de forma linear o comportamento do λ_B de uma FBG uniforme, como função de pequenas deformações longitudinais.

A Figura 4.14 mostra o resultado da combinação da equação (4.13), com medidas experimentais equivalentes (realizadas no laboratório do CPqD em Campinas). A intenção foi obter o valor do coeficiente óptico-mecânico G para o tipo de fibra óptica (germano-silicato) utilizada no experimento. Como resposta encontrou-se $G = 0.573$.

Observe a linearidade dos resultados obtidos no experimento. Estando dessa forma, de acordo com o previsto no modelo.

Na Figura 4.15 é feito uma comparação entre os gráficos gerados pela equação (4.13) e a equação (2.31). Onde esta última, corresponde a um modelo já existente na literatura, que também descreve, de forma linear, o comportamento do λ_B de uma FBG uniforme como função de pequenas deformações longitudinais. O erro no coeficiente angular encontrado, relativo ao modelo da literatura, é de apenas 0.23%.

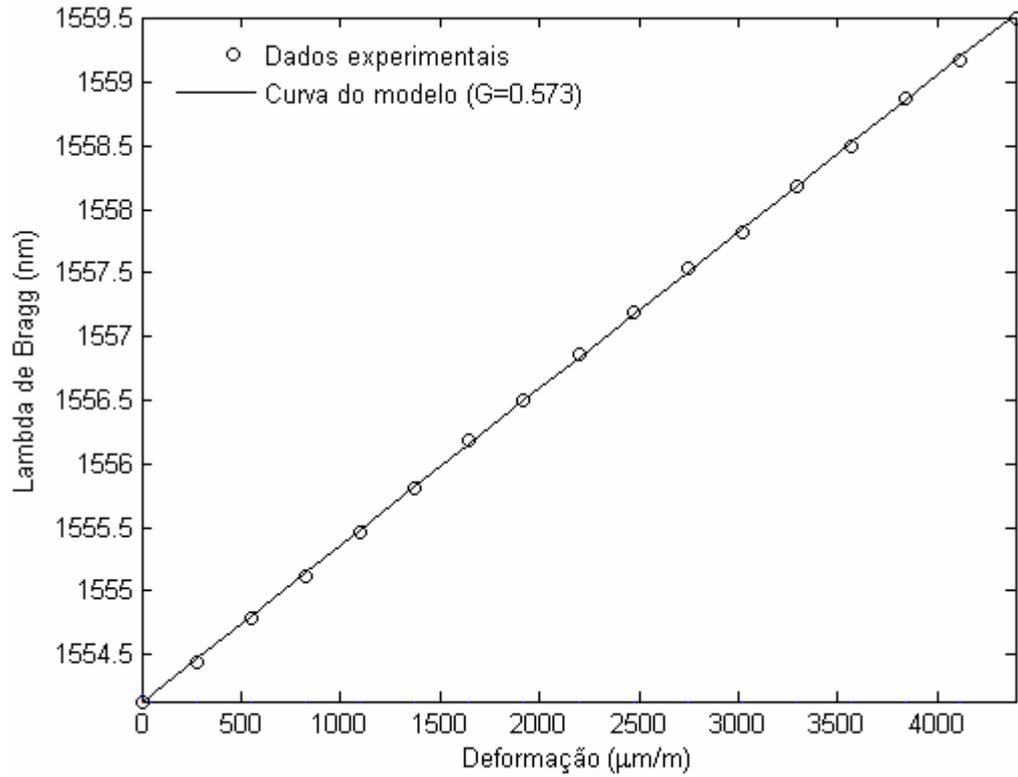


Fig. 4.14: Comportamento teórico e experimental do λ_B com a deformação, de uma FBG uniforme centrada em $\lambda_{B0} = 1554.133$ nm e com índice de refração médio $n_{eff0} = 1.4705$.

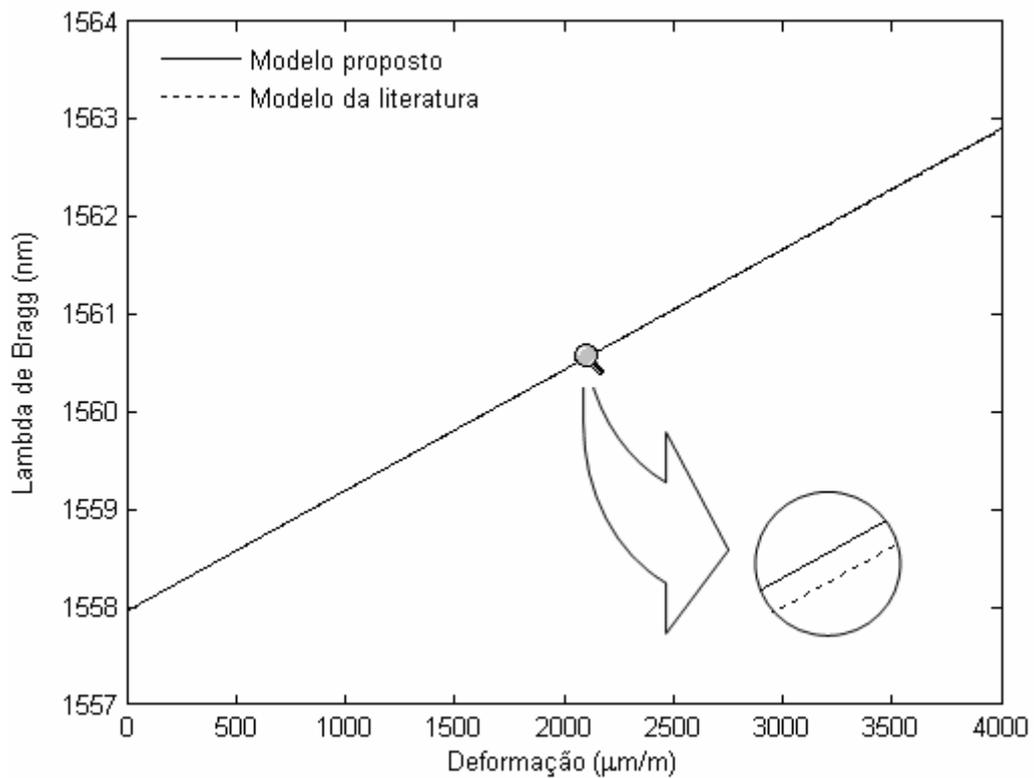


Fig. 4.15: Comparação de modelos aparentemente diferentes que descrevem o mesmo fenômeno.

4.3.2.2 – O comportamento da refletividade máxima

De acordo com a equação (2.24), a dependência com a deformação da refletividade máxima R_{MAX} de uma FBG uniforme, pode ser modelada da seguinte forma:

$$R_{MAX}(s) = \tanh^2(k(s) \cdot L(s)) = \tanh^2\left(\frac{1}{2} \cdot \frac{\Delta n(s)}{n_{eff}(s)} \cdot \frac{L(s)}{\Lambda(s)} \cdot \pi\right). \quad (4.15)$$

Logo, substituindo as equações (4.5), (4.7), (4.8) e (4.9) em (4.15), obtemos:

$$R_{MAX}(s) = \tanh^2\left(\frac{(1 - Gvs)n_{eff_0}^2}{(1 - Gvs)n_{eff_0}^2 + [1 - (2 - G)v]s} \cdot a \tanh(\sqrt{R_{MAX_0}})\right), \quad (4.16)$$

sendo R_{MAX_0} o valor da refletividade máxima da grade antes da deformação.

Como a expressão acima só é válida para pequenas deformações, será feito uma aproximação linear da mesma, por um polinômio de Taylor de 1ª ordem em torno da origem:

$$R_{MAX}(s) \cong \frac{\partial R_{MAX}(0)}{\partial s} \cdot s + R_{MAX}(0). \quad (4.17)$$

Resultando em:

$$R_{MAX}(s) = -2 \left[\frac{X \tanh(X)}{\cosh^2(X)} \cdot \frac{1 - (2 - G)v}{n_{eff_0}^2} \right] \cdot s + R_{MAX_0}, \quad (4.18)$$

sendo,

$$X = a \tanh(\sqrt{R_{MAX_0}}). \quad (4.19)$$

A expressão (4.18) acima, descreve de forma linear o comportamento da refletividade máxima de uma FBG uniforme, como função de pequenas deformações longitudinais. Comportamento este, que pode ser visualizado na Figura 4.16.

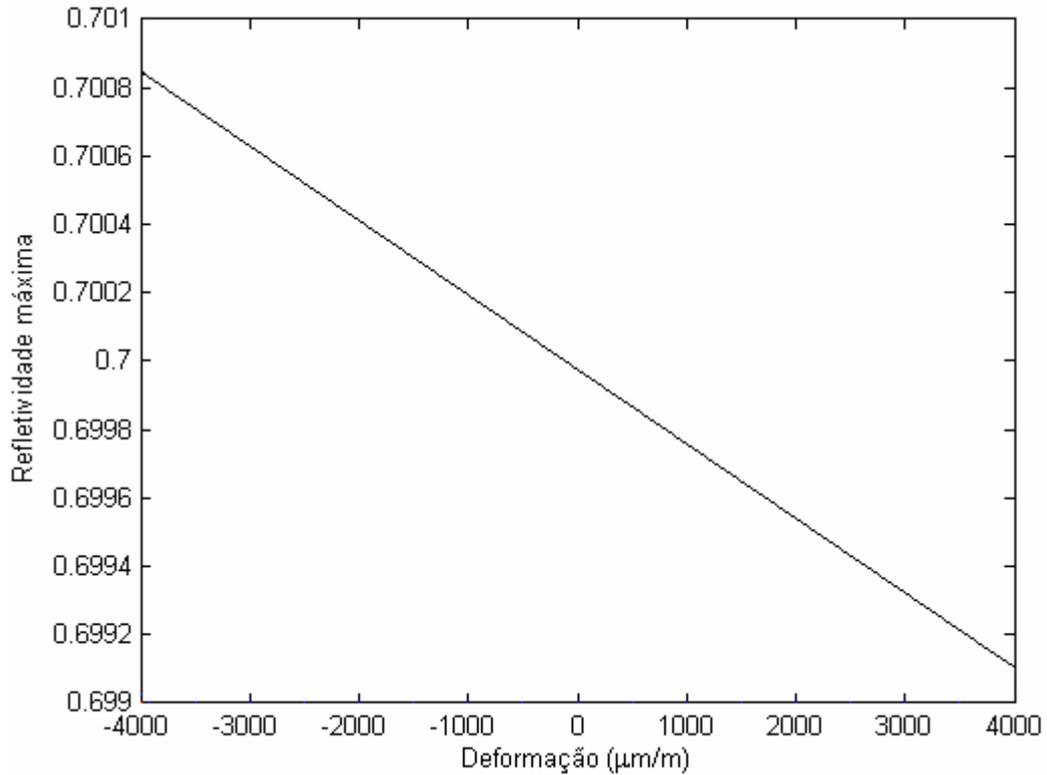


Fig. 4.16: Comportamento da refletividade máxima de um FBG submetida à deformação.

4.3.2.3 – O comportamento da largura de banda

De acordo com a equação (2.28), a dependência com a deformação da largura de banda $\Delta\lambda$ de uma grade de Bragg fraca, pode ser modelada da seguinte forma:

$$\Delta\lambda(s) = \frac{\lambda_B^2(s)}{n_{eff}(s)L(s)} = 2\lambda_B(s) \frac{\Lambda(s)}{L(s)}. \quad (4.20)$$

Logo, substituindo as equações (4.5), (4.9) e (4.13) em (4.20), obtemos:

$$\Delta\lambda(s) = \Delta\lambda_0 \left[1 - \frac{1}{2} (1 - (2 - G)v) \left(1 - \frac{1}{n_{eff0}^2} \right) \right] \cdot s + \Delta\lambda_0, \quad (4.21)$$

sendo $\Delta\lambda_0$ o valor da largura de banda da grade antes da deformação.

A equação (4.21) acima, descreve de forma linear o comportamento da largura de banda de uma FBG uniforme do tipo fraca, como função de pequenas

deformações longitudinais. Comportamento este, que pode ser visualizado na Figura 4.17.

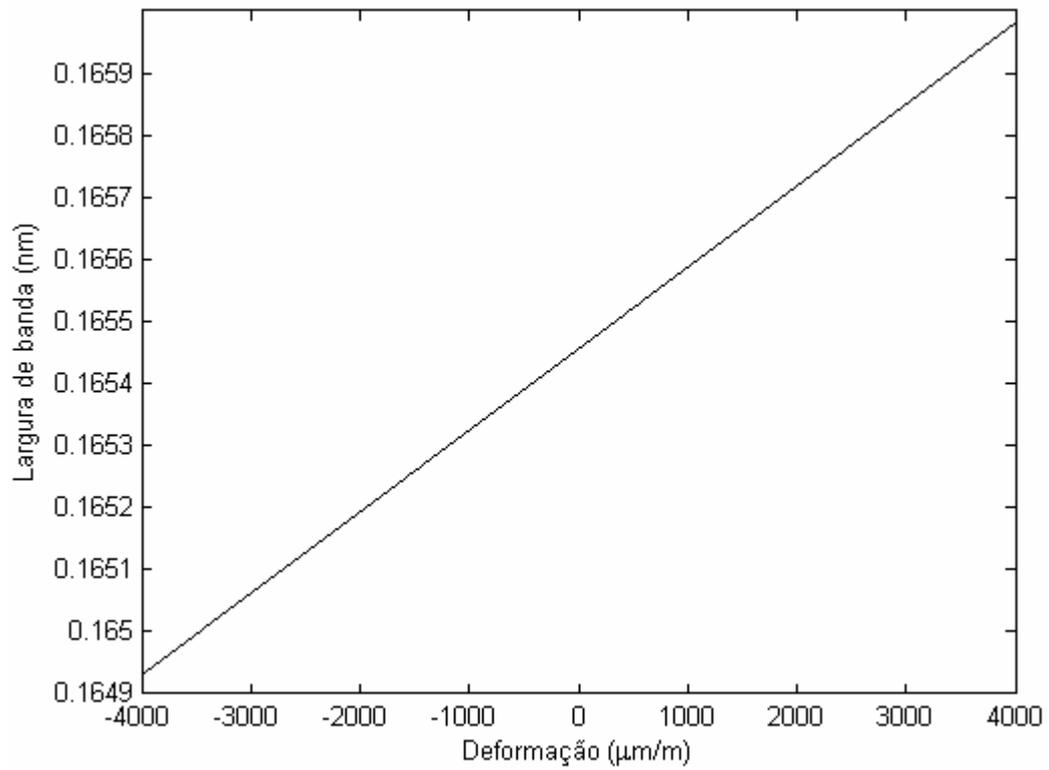


Fig. 4.17: Comportamento da largura de banda de uma grade fraca submetida à deformação.

CONCLUSÕES

Este trabalho foi destinado à análise e projetos de filtros ópticos, onde se focou em dois tipos de filtros de interferência com grande aplicabilidade na indústria, os baseados em multicamadas dielétricas e os baseados em FBG.

A respeito dos filtros multicamadas, foi apresentado um método baseado em PSO (*particle swarm optimization*) para projeto destes. Como se pôde observar, o PSO é promissor como algoritmo de otimização para síntese de filtros ópticos, com a vantagem de ser relativamente simples e necessitar de baixos requisitos computacionais, comparados a outras heurísticas, além de possuir poucos parâmetros de ajuste. Além disso, o algoritmo pôde se adequar a requisitos de projetos bastante diversificados, desde projetos simples de coberturas antirefletoras até filtros de espectros mais complexos na forma de rampa. Os perfis de índice de refração obtidos apresentaram pouca complexidade, facilitando assim a fabricação desses dispositivos na prática.

A respeito dos filtros FBG, foi apresentado um modelo matemático que descreve as mudanças que ocorrem em seu perfil de índice de refração, e conseqüentemente de seu espectro de refletividade, quando este filtro é submetido a pequenas deformações. Um caso particular deste modelo foi comparado com medidas experimentais e com outro modelo já existente na literatura, apresentando um bom grau de concordância. Destaca-se que o modelo proposto neste trabalho é mais geral, pois descreve o comportamento de todo o espectro de refletividade do filtro, e não de apenas certos parâmetros específicos desse espectro, como faz o modelo presente na literatura.

FGB UNIFORME SUBMETIDA À DEFORMAÇÃO

A – Introdução

Neste apêndice será apresentado um modelo matemático que descreve o comportamento do perfil de modulação do índice de refração de uma grade de Bragg uniforme inscrita em uma fibra óptica, quando esta é submetida a pequenas deformações longitudinais.

B – O índice de refração em dielétricos

De uma forma geral, quando aplicamos um campo elétrico externo variável $\vec{E}_{ext}(t)$ a um meio isotrópico, dielétrico e não magnético, o índice de refração apresentado por este meio pode ser obtido através da seguinte expressão [9][43]-[44]:

$$n = \sqrt{1 + \frac{\vec{P}(t)}{\varepsilon_0 \vec{E}_{ext}(t)}}, \quad (1)$$

onde:

ε_0 é a permissividade elétrica do vácuo;

$\vec{P}(t)$ é o vetor polarização elétrica;

O vetor polarização elétrica pode ser interpretado, ou definido, como a densidade volumétrica de momento de dipolo elétrico:

$$\vec{P}(t) \triangleq \lim_{V \rightarrow 0} \left[\frac{1}{V} \sum_{i=1}^{n_d} d\vec{p}_i(t) \right], \quad (2)$$

sendo n_d o número de dipolos elétricos contidos no volume V , e

$$d\vec{p}_i(t) \triangleq Q \cdot \vec{l}_i(t) \quad (3)$$

o i° (i -ésimo) momento de dipolo elétrico neste volume, o qual se formou ou se orientou devido à aplicação do campo elétrico externo $\vec{E}_{ext}(t)$ (Figura 1).

Onde:

Q é a carga do dipolo;

$\vec{l}_i(t)$ é o comprimento do i° dipolo, oscilando na mesma direção e frequência do campo elétrico resultante $\vec{E}(t)$ no interior do dielétrico (Figura 2);

Este campo $\vec{E}(t)$, no interior do dielétrico, é o resultado da soma vetorial do campo elétrico externo aplicado, com o campo elétrico gerado pelas cargas de polarização (cargas que constituem os dipolos do dielétrico), que normalmente tem um sentido oposto ao do campo aplicado, resultando em um campo $\vec{E}(t)$ mais fraco que este.

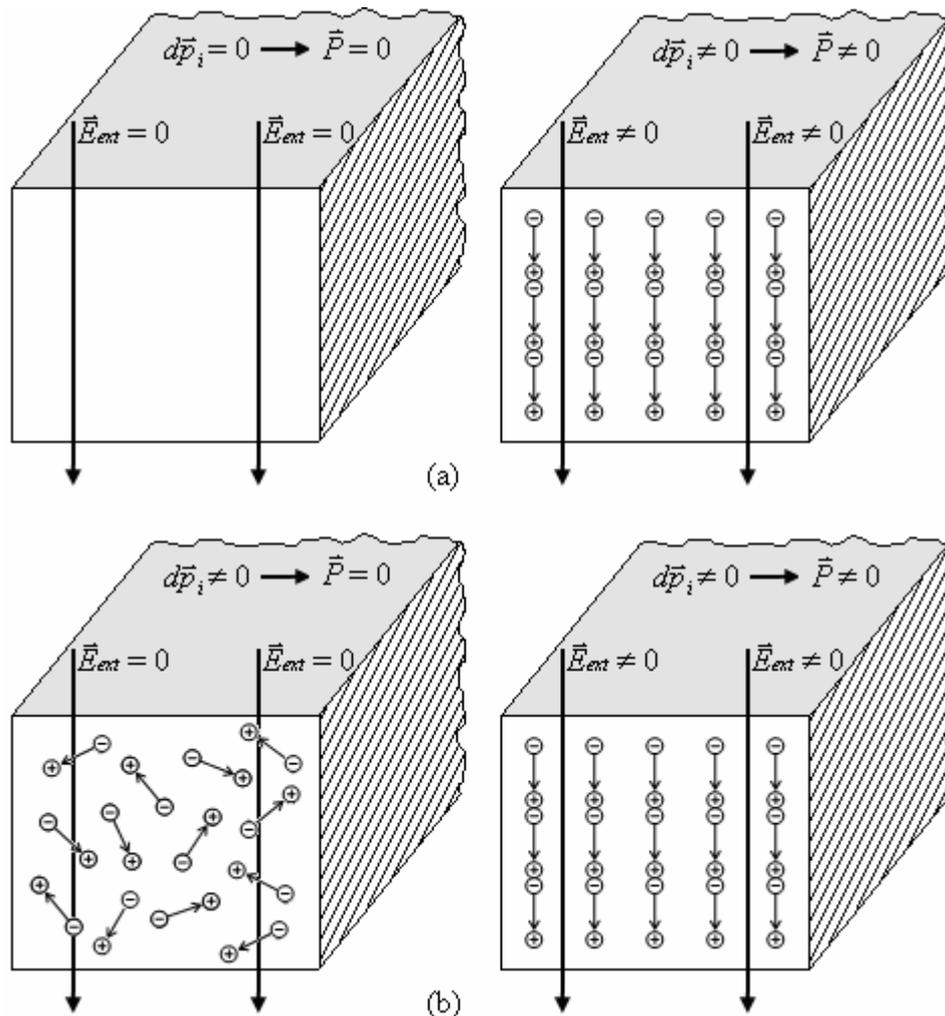


Fig. 1: Modelo macroscópico de um meio dielétrico (a) de material não polar (b) de material polar.

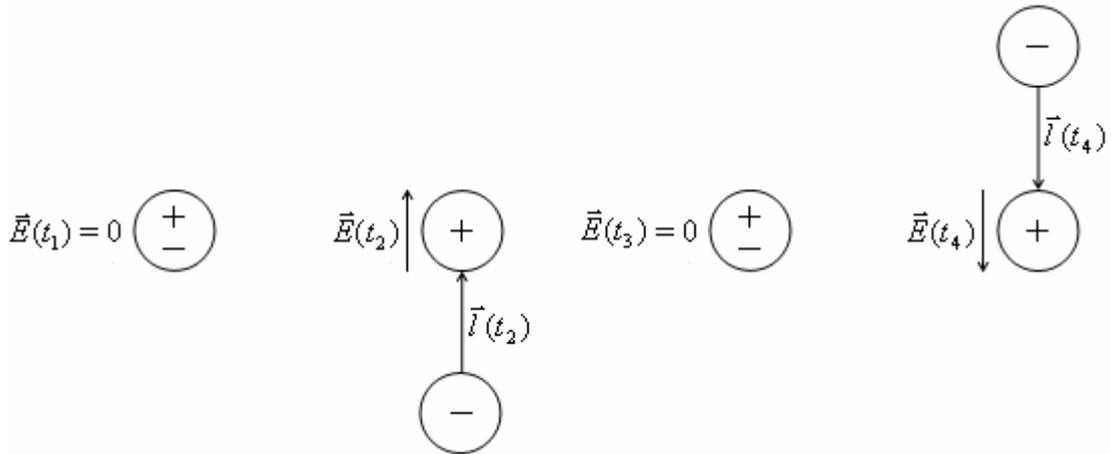


Fig. 2: Dependência do comprimento de dipolo $\vec{l}(t)$ com o campo elétrico resultante $\vec{E}(t)$ no interior do dielétrico, em quatro instantes de tempo diferentes.

Assumindo o momento dipolo médio:

$$d\vec{p}_i(t) = d\vec{p}_m(t) = Q \cdot \vec{l}_m(t), \quad (4)$$

com $\vec{l}_m(t)$ sendo o comprimento médio dos dipolos, então o vetor polarização elétrica, considerando o meio homogêneo, passa a ser definido como:

$$\begin{aligned} \vec{P}(t) &\hat{=} \lim_{V \rightarrow 0} \left[\frac{1}{V} \sum_{i=1}^{n_d} d\vec{p}_m(t) \right] = \frac{n_d}{V} \cdot d\vec{p}_m(t) \\ \vec{P}(t) &\hat{=} \frac{n_d}{V} \cdot Q \cdot \vec{l}_m(t), \end{aligned} \quad (5)$$

e conseqüentemente, substituindo (5) em (1), o índice de refração para este meio passa a ser obtido através da seguinte expressão:

$$n = \sqrt{1 + \frac{n_d \cdot Q \cdot \vec{l}_m(t)}{\epsilon_0 \cdot V \cdot \vec{E}_{ext}(t)}} \quad (6)$$

C – Deformação

Considere um cilindro, por exemplo, o núcleo de uma fibra óptica, de comprimento L_0 e diâmetro d_0 sujeito a uma força F que atua de modo a esticá-lo de uma quantidade ΔL (Figura 3).

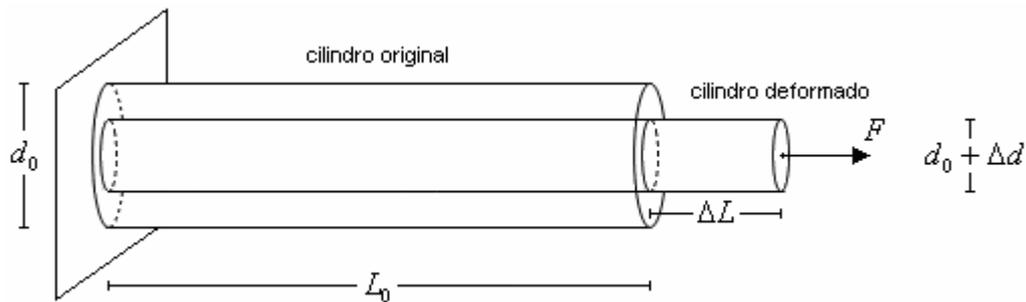


Fig. 3: Deformação longitudinal de um corpo cilíndrico.

Definem-se:

$$s \triangleq \frac{\Delta L}{L_0} \quad (7)$$

$$s_t \triangleq \frac{\Delta d}{d_0}, \quad (8)$$

onde:

s é a deformação longitudinal relativa por unidade de comprimento;

s_t é a deformação transversal relativa por unidade de comprimento;

L_0 é o comprimento inicial do cilindro, antes da deformação;

d_0 é o diâmetro inicial do cilindro, antes da deformação;

ΔL é a variação do comprimento, devido à aplicação da força F ;

Δd é a variação do diâmetro, devido à aplicação da força F ;

Observe, na Figura 3, que o alongamento do cilindro em sua direção longitudinal é acompanhado por uma contração de suas dimensões transversais.

A razão entre a deformação transversal associada a uma deformação longitudinal na direção do esforço de tração, chama-se coeficiente (ou razão) de Poisson ν , e é definida através da equação [45]:

$$s_t = -\nu \cdot s, \quad (9)$$

onde o sinal negativo indica que as deformações envolvidas são opostas.

D – A dependência do volume com a deformação

Expressando as dimensões do cilindro, na Figura 3, em função da deformação longitudinal imposta no mesmo:

$$\begin{aligned} L_f &= L_0 + \Delta L = L_0 + s \cdot L_0 = (1 + s)L_0 \\ L(s) &= (1 + s)L_0 \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} d_f &= d_0 + \Delta d = d_0 + s_t \cdot d_0 = (1 + s_t)d_0 \\ d(s) &= (1 - \nu s)d_0. \end{aligned} \quad (11)$$

Elevando ao quadrado e multiplicando ambos os membros da equação (11) por $\frac{\pi}{4}$:

$$\begin{aligned} \frac{\pi}{4}[d(s)]^2 &= \frac{\pi}{4}[(1 - \nu s)d_0]^2 \\ \frac{\pi}{4}[d(s)]^2 &= (1 - \nu s)^2 \cdot \frac{\pi}{4}[d_0]^2 \\ A(s) &= (1 - \nu s)^2 \cdot A_0, \end{aligned} \quad (12)$$

onde A_0 e $A(s)$ são as áreas de seção transversal do cilindro, antes e após a deformação, respectivamente.

Sabe-se que o volume de um corpo é definido por:

$$V(s) = L(s) \cdot A(s), \quad (13)$$

de forma que, substituindo (10) e (12) em (13), obtemos:

$$V(s) = (1+s)(1-\nu s)^2 \cdot V_0$$

$$V(s) = [1 + (1-2\nu) \cdot s + (\nu^2 - 2\nu) \cdot s^2 + \nu^2 \cdot s^3] \cdot V_0,$$

onde V_0 é o volume do cilindro antes da deformação.

Para valores pequenos de s , na expressão acima, os termos de 2ª e 3ª ordem podem ser desprezados:

$$V(s) = [1 + (1-2\nu)s] \cdot V_0 \quad (14)$$

Embora a expressão (14) tenha sido demonstrada para um corpo cilíndrico, ela é mais geral, e determina o comportamento volumétrico, de um corpo qualquer, submetido a pequenas deformações longitudinais. Observe que, dependendo do valor da razão de Poisson para o material que constitui o corpo, o volume do mesmo pode aumentar ($\nu < 0.5$), diminuir ($\nu > 0.5$) ou permanecer inalterado ($\nu = 0.5$) à medida que a deformação aumenta.

E – A dependência do comprimento médio dos dipolos com a deformação

Considere um corpo dielétrico cilíndrico de diâmetro d_0 , no qual atua um campo elétrico $\vec{E}(t)$ de direção perpendicular ao seu eixo (Figura 4a). Conforme explicado na seção B, este campo age de tal forma, que induz ou orienta, no interior do corpo dielétrico, momentos dipolos de comprimento médio $\vec{l}_{m_0}(t)$.

Após a aplicação, neste corpo, de uma deformação longitudinal positiva s , e, conseqüentemente, uma contração de sua área de seção transversal, a interação mútua entre os dipolos elétricos existentes no mesmo, torna-se maior, resultando em uma diminuição no comprimento médio desses dipolos (Figura 4b).

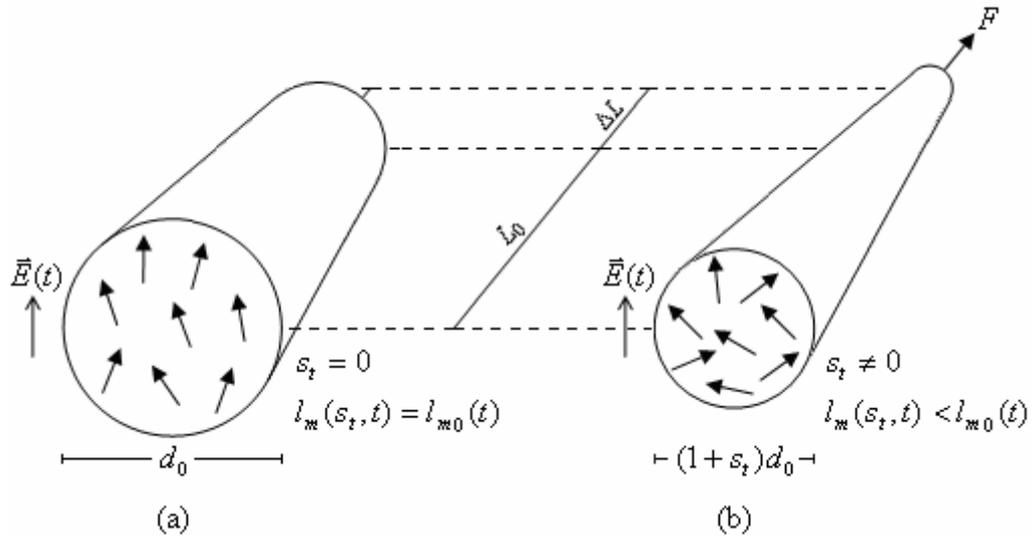


Fig. 4: A dependência entre o comprimento médio dos dipolos com Deformação.

Com base no exposto acima, admitindo, para pequenas deformações, uma dependência linear entre o comprimento médio dos dipolos e a deformação transversal (Figura 5):

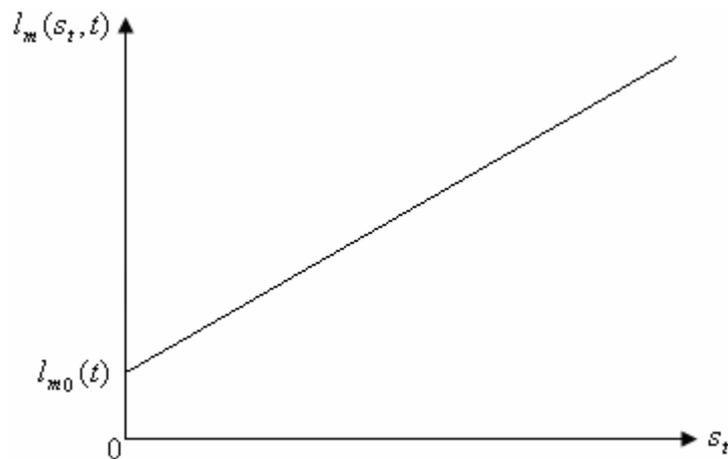


Fig. 5: Gráfico da linearidade entre o comprimento médio dos dipolos e a deformação transversal.

$$l_m(s_t, t) = (1 + G \cdot s_t) l_{m0}(t), \quad (15)$$

onde G é um coeficiente óptico-mecânico adimensional característico do material dielétrico, que, como pode ser visto na função acima, determina a taxa de variação (ou grau de dependência) entre o comprimento médio dos dipolos e a deformação transversal.

Finalmente, substituindo (9) em (15):

$$l_m(s, t) = (1 - G\nu s) \cdot l_{m0}(t), \quad (16)$$

obtemos a equação que relaciona o comprimento médio dos dipolos com pequenas deformações longitudinais.

F – A dependência do índice de refração com a deformação

Nas seções anteriores mostrou-se que, quando um corpo dielétrico é submetido a uma deformação, ocorre uma série de mudanças em sua estrutura interna. Como consequência, essas mudanças afetam, de forma direta, grandezas físicas intrínsecas deste corpo. Com isso, o objetivo desta seção é determinar de que forma a variação de algumas dessas grandezas, devido à deformação, afetam o seu índice de refração.

Logo, substituindo (14) e (16) na expressão (6) do índice de refração:

$$n(s) = \sqrt{1 + \frac{n_d \cdot Q \cdot \vec{l}_m(s, t)}{\varepsilon_0 \cdot V(s) \cdot \vec{E}_{ext}(t)}}$$

$$n(s) = \sqrt{1 + \left[\frac{n_d Q l_{m0}(t)}{\varepsilon_0 V_0 \vec{E}_{ext}(t)} \right] \cdot \frac{1 - G\nu s}{1 + (1 - 2\nu)s}},$$

onde, para meios considerados sem perdas, o comprimento médio dos dipolos $\vec{l}_{m0}(t)$ e o campo externo $\vec{E}_{ext}(t)$ oscilam com a mesma frequência e em fase, de forma que o termo entre colchetes, na expressão acima, torna-se constante com o tempo e com a deformação:

$$n(s) = \sqrt{1 + k \cdot \frac{1 - G\nu s}{1 + (1 - 2\nu)s}}, \quad (17)$$

sendo k uma constante real.

Observe que:

$$n(0) = n_0 = \sqrt{1+k},$$

e conseqüentemente:

$$k = n_0^2 - 1. \quad (18)$$

Substituindo (18) em (17), obtemos:

$$n(s) = \sqrt{\frac{(1-Gvs) \cdot n_0^2 + [1-(2-G)v]s}{1+(1-2v)s}}, \quad (19)$$

onde n_0 é o índice de refração do corpo dielétrico sem deformação.

A equação (19) acima, determina o comportamento do índice de refração de um corpo dielétrico submetido a pequenas deformações longitudinais.

G – O efeito da deformação em uma FGB uniforme

Para uma FGB uniforme inscrita em uma fibra ótica sem deformação, o perfil de modulação do índice de refração pode ser modelado através de:

$$n_0 = n(z) = n_{eff_0} + \Delta n_0 \cdot \cos(\omega_0 \cdot z) \quad (20)$$

Após uma pequena deformação s , de acordo com a equação (19), este perfil sofre a seguinte transformação:

$$n(s, z) = \sqrt{\frac{(1-Gvs) \cdot [n_{eff_0} + \Delta n_0 \cdot \cos(\omega_0 \cdot z)]^2 + [1-(2-G)v]s}{1+(1-2v)s}}. \quad (21)$$

Expandindo o termo que está elevado ao quadrado:

$$n(s, z) = \sqrt{\frac{(1 - Gvs) \cdot [n_{eff_0}^2 + 2n_{eff_0} \Delta n_0 \cdot \cos(\omega_0 \cdot z) + \Delta n_0^2 \cdot \cos^2(\omega_0 \cdot z)] + [1 - (2 - G)v]s}{1 + (1 - 2v)s}},$$

e lembrando que a amplitude Δn_0 de uma FGB dificilmente supera a ordem de 10^{-3} [14]. A seguinte aproximação é válida:

$$\Delta n_0^2 \cdot \cos^2(\omega_0 \cdot z) \cong 0.$$

Logo,

$$n(s, z) = \sqrt{\frac{(1 - Gvs)n_{eff_0}^2 + [1 - (2 - G)v]s}{1 + (1 - 2v)s}} + \frac{2(1 - Gvs)n_{eff_0} \Delta n_0}{1 + (1 - 2v)s} \cdot \cos(\omega_0 \cdot z).$$

Expandindo a expressão acima em Binômio de Newton, e desprezando os termos superiores ao 2º, chega-se a:

$$n(s, z) = \sqrt{\frac{(1 - Gvs)n_{eff_0}^2 + [1 - (2 - G)v]s}{1 + (1 - 2v)s}} + \frac{(1 - Gvs)n_{eff_0} \Delta n_0}{\sqrt{[(1 - Gvs)n_{eff_0}^2 + [1 - (2 - G)v]s] \cdot [1 + (1 - 2v)s]}} \cos(\omega_0 \cdot z) \quad (22)$$

Fisicamente, como conseqüência da variação no tamanho da grade, em sua dimensão longitudinal, ocorre uma mudança de escala no seu perfil de modulação de índice de refração, nesta mesma dimensão (eixo-z). A Figura 6 explica, de uma forma genérica, esse fenômeno.

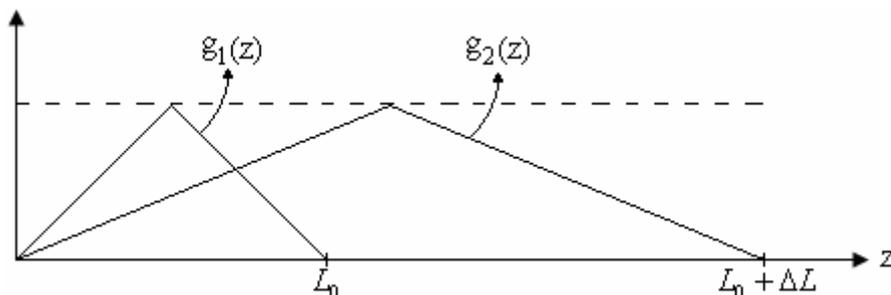


Fig. 6: Mudança de escala na direção z de uma função qualquer.

Observe que, na Figura 6 acima, a função $g_2(z)$ relaciona-se com a função $g_1(z)$ através de:

$$g_2(z) = g_1(\alpha \cdot z), \quad (23)$$

e que:

$$g_2(L_0 + \Delta L) = g_1(L_0). \quad (24)$$

Logo, por comparação entre (23) e (24), se

$$z = L_0 + \Delta L,$$

então

$$\alpha \cdot z = L_0.$$

De onde se conclui que:

$$\alpha = \frac{L_0}{L_0 + \Delta L}. \quad (25)$$

Para o caso em questão, α pode ser colocado em função da deformação longitudinal da fibra:

$$\alpha = \frac{1}{1+s}. \quad (26)$$

Substituindo z por $\alpha \cdot z$ na equação (22), de forma a considerar essa mudança de escala:

$$n(s, z) = \sqrt{\frac{(1-Gv)s n_{eff_0}^2 + [1-(2-G)v]s}{1+(1-2v)s}} + \frac{(1-Gv)s n_{eff_0} \Delta n_0}{\sqrt{[(1-Gv)s n_{eff_0}^2 + [1-(2-G)v]s] \cdot [1+(1-2v)s]}} \cos\left(\omega_0 \cdot \left(\frac{1}{1+s} \cdot z\right)\right)$$

e como $\omega_0 = \frac{2\pi}{\Lambda_0}$, então:

$$n(s, z) = \sqrt{\frac{(1-Gv)s n_{eff_0}^2 + [1-(2-G)v]s}{1+(1-2v)s}} + \frac{(1-Gv)s n_{eff_0} \Delta n_0}{\sqrt{[(1-Gv)s n_{eff_0}^2 + [1-(2-G)v]s] \cdot [1+(1-2v)s]}} \cos\left(\frac{2\pi}{(1+s)\Lambda_0} \cdot z\right) \quad (27)$$

A equação (27) acima, determina comportamento do perfil de modulação do índice de refração de uma FGB uniforme submetida a pequenas deformações longitudinais. Note que este perfil permanece essencialmente senoidal, de forma que se pode definir:

$$n(s, t) \hat{=} n_{eff}(s) + \Delta n(s) \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{\Lambda(s)} z\right), \quad (28)$$

onde:

$$n_{eff}(s) \hat{=} \sqrt{\frac{(1-Gv)s n_{eff_0}^2 + [1-(2-G)v]s}{1+(1-2v)s}} \quad (29)$$

$$\Delta n(s) \hat{=} \frac{(1-Gv)s n_{eff_0} \Delta n_0}{\sqrt{[(1-Gv)s n_{eff_0}^2 + [1-(2-G)v]s] \cdot [1+(1-2v)s]}} \quad (30)$$

$$\Lambda(s) \hat{=} (1+s)\Lambda_0 \quad (31)$$

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] R. K. Sinha, S. Garg and K. L. Deori, "Design of a thin-film-based optical filter for broadband multichannel communication systems," *Czechoslovak Journal of Physics*, Vol. 53, pp. 417-424, 2003.
- [2] J. C. C. Silva, *Monitoração de vibrações de estruturas com o emprego de sensores em fibra ótica*, Centro Federal de Educação Tecnológica do Paraná – CEFET/PR, 2005.
- [3] J. H. Correia, A. R. Emadi and R. F. Wolffenbuttel, "UV bandpass optical filter for microspectrometers," *ECS transactions*, Vol. 4, pp. 141-147, 2006.
- [4] A. C. Zimmermann et al, "Sensores Baseados em Redes de Bragg em Fibras Ópticas para Medição de Grandezas em Sistemas Elétricos de Alta tensão" *Simpósio Brasileiro de Sistemas Elétricos*, Campina Grande-PB, 2006.
- [5] G. M. H. Minas, *Microsistema laboratorial para análise de fluidos biológicos*, Universidade do Minho – UM, 2004.
- [6] E. J. Friebele, "Fiber Bragg Grating Strain Sensors: Present and Future Applications in Smart Structures," *Optics and Photonics News*, Vol. 9, pp. 33-37, 1998.
- [7] C. J. G. Silva e J. C. W. A. Costa, "Projeto de Espelhos de Bragg de Alta Refletividade Operando em Múltiplos Comprimentos de Onda" *VIII Simpósio Brasileiro de Microondas e Optoeletrônica*, Joinville-SC, 1998.
- [8] M. Born and E. Wolf, *Principles of Optics*, New York: Pergamon, 1987.
- [9] C. A. Balanis, *Advanced Engineering Electromagnetics*, John Wiley & Sons, 1989.

- [10] M. A. Swillam, M. H. Bakr and X. Li, "The Design of Multilayer Optical Coatings Using Convex Optimization," *IEEE Journal of Lightwave Technology*, Vol. 25, pp. 1078-1085, 2007.
- [11] J. Skaar, L. Wang and T. Erdogan, "Synthesis of thick optical thin-film filters with a layer-peeling inverse-scattering algorithm," *Applied Optics*, Vol. 40, pp. 2183-2189, 2001.
- [12] G. S. Borges, M. J. Sousa e J. C. W. A. Costa, "Técnica de aceleração para o AG aplicado à síntese de dispositivos ópticos multicamadas" *XXVII Congresso Ibero Latino-Americano sobre Métodos Computacionais em Engenharia*, Belém-PA, 2006.
- [13] M. Schlaf, H. Hagrais and D. Sands, "Optimization Strategies for Parametric Analysis of Thin-Film Reflectivity Spectra," *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, Vol. 52, pp. 1635-1639, 2003.
- [14] M. J. Sousa, *Síntese de grades de Bragg utilizando algoritmo genético e processamento paralelo*, Universidade Federal do Pará – UFPA, 2003.
- [15] J. C. C. Carvalho, *Algoritmos Genéticos Aplicados a Síntese de Dispositivos Ópticos*, Universidade Federal do Pará – UFPA, 1999.
- [16] M. J. Sousa, *Estudo de metodologias para síntese de filtros ópticos multicamadas*, Universidade Federal do Pará – UFPA, 2001.
- [17] J. A. C. C. Medeiros, *Enxame de partículas como ferramenta de otimização em problemas complexos de engenharia nuclear*, Universidade Federal do Rio de Janeiro – UFRJ, 2005.
- [18] C. H. Albrecht, *Algoritmos Evolutivos Aplicados à Síntese e Otimização de Sistemas de Ancoragem*, Universidade Federal do Rio de Janeiro – UFRJ, 2005.
- [19] M. G. Santos et al "Controle ótimo de tensão em sistemas de potência utilizando nuvem de partículas" *Sba Controle & Automação*, Campinas, 2006.

- [20] M. M. Khodier and C. G. Chistodoulou, "Linear Array Geometry Synthesis With Minimum Sidelobe Level and Null Control Using Particle Swarm Optimization," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, Vol. 53, pp. 2674-2679, 2005.
- [21] J. Robinson and Y. Rahmat-Samii, "Particle Swarm Optimization in Electromagnetics," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, Vol. 52, pp. 397-407, 2004.
- [22] D. Gies and Y. Rahmat-Samii, "Particle Swarm Optimization (PSO) for Reflector Antenna Shaping," *IEEE Antennas and Propagation Society International Symposium*, Vol. 3, pp. 2289-2292, 2004.
- [23] Wikipedia, *Thin-film optics*, disponível em: http://en.wikipedia.org/wiki/Thin-film_optics, Agosto de 2007.
- [24] A. Chandran, *Self-Assembled multilayered dielectric spectral filters*, Faculty of Virginia Polytechnic Institute, 2001.
- [25] H. Crew, *Thomas Young's place in the history of the wave theory of light*, J. Opt. Soc. Am, 1930.
- [26] E. Hecht, A. Zajac, *Optics*, Addison-Wesley Publishing Company, 1979.
- [27] K. O. Hill, Fujii, D. C. Johnson and B. S. Kawasaki, "Photosensitivity in optical fiber waveguides: Application to reflection filter fabrication," *Applied Physics Letters*, Vol. 32, pp. 647-649, 1978.
- [28] K. O. Hill and G. Meltz, "Fiber Bragg grating technology fundamentals and Overview," *IEEE Journal of Lightwave Technology*, Vol. 15, pp. 1263-1276, 1997.
- [29] C. L. Barbosa, R. C. Rabelo and O. Lisbôa, "Fabricação e Caracterização de Grades de Bragg através do Uso da Técnica da Máscara de Fase" *Revista Científica Periódica – Telecomunicações*, Vol. 03, pp. 22-26, 2000.

- [30] T. Erdogan, "Fiber Grating Spectra," *IEEE Journal of Lightwave Technology*, Vol. 15, pp. 1277-1294, 1997.
- [31] C. S. Sales Junior, *Projeto de grades de Bragg para aplicações em sensores de fibras ópticas*, Universidade Federal do Pará – UFPA, 2005.
- [32] R. M. Cazo, *Sistemas Interrogadores de Sensores Baseados em Grades de Bragg*, Instituto Tecnológico de Aeronáutica – ITA, 2001.
- [33] A. S. Paterno, *Sistemas de sensoriamento em fibra ótica - Análise e implementação com aplicações na instrumentação de processos petroquímicos*, Universidade Tecnológica Federal do Paraná – UFTR, 2006.
- [34] R. M. Cazo et al, "Sensor de Deformação Usando Grades de Bragg" *Revista Científica Periódica – Telecomunicações*, Vol. 03, pp. 76-79, 2000.
- [35] A. Othonos, "Fiber Bragg gratings," *Review of Scientific Instruments*, Vol. 68, pp. 4309-4341, 1997.
- [36] J. Kennedy and R. C. Eberhart, "Particle Swarm Optimization," in *Proc. IEEE International Conference on Neural Networks*, Vol. 4, pp. 1942-1948, 1995.
- [37] J. R. Prado and S. F. P. Saramago, "Otimização por colônia de partículas" *FAMAT em Revista*. Vol. 4, pp. 87-103, 2005.
- [38] J. Kennedy and R. C. Eberhardt, "A New Optimizer Using Particle Swarm Theory," *IEEE Sixth International Symposium on Micro Machine and Human Science*, pp. 39-43, 1995.
- [39] R. C. Eberhardt and Y. Shi, "Evolving artificial neural networks," in *Proc. International Conference on Neural Networks and Brain*, pp. PL5-PL13, 1998.

- [40] M. Clerc and J. Kennedy, "The particle swarm - explosion, stability, and convergence in a multidimensional complex space," *IEEE Transaction on Evolutionary Computation*, Vol. 6, pp. 58-73, 2002.
- [41] A. Chatterjee, P. Siarry, "Nonlinear Inertia Weight Variation for Dynamic adaptation in Particle Swarm Optimization," *Computers & Operations Research*, Vol. 33, pp. 859-871, 2004.
- [42] A. W. Domanski, "Application of optical fiber sensors in mechanical measurements" *Instrumentation and Measurement Technology Conference*, Vol. 1, pp. 700-702, 1997.
- [43] J. D. Kraus, K. R. Carver, *Eletromagnetismo*, Guanabara, 1986.
- [44] R. B. M. Balbi, *Propriedades elétricas e magnéticas dos materiais elétricos*, Editora Universitária da UFPA, 1999.
- [45] R. C. Hibbeler, *Resistência dos materiais*, Pearson Prentice Hall, 2004.